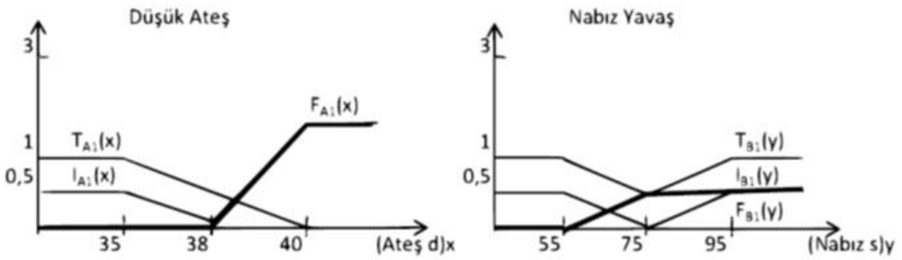
2023

NÖTROSOFİK BAĞINTILAR İLE BAZI ÇIKARIM YÖNTEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ:

Tıbbi Bir Uygulama



Kural 1: IF ”düşük ateş” AND ”nabız yavaş” THEN ”solunumu sabit tut”.

Kural 2: IF ”düşük ateş” AND ”nabız yüksek” THEN ”yavaş solunum al”.

Kural 3: IF ”yüksek ateş” AND ”nabız yavaş” THEN ”hızlı solunum al”.

Kural 4: IF ”yüksek ateş” AND ”nabız yüksek” THEN ”solunumu sabit tut”.

Rumeysa Merve GÖNDER

Editor: Doç. Dr. İrfan DELİ

Biblio Publishing
Publishing for the 21st Century

Editör: Doç. Dr. İrfan DELİ

Kilis Aralık Üniversitesi

Kilisli Muallim Rıfat Eğitim Fakültesi

E-mail: irfandeli@kilis.edu.tr

Author: Merve Rumeysa GÖNDER, MEB.

List of Reviewers

İsmet Yıldız, Düzce Üniversitesi, Türkiye
Memet Şahin, Gaziantep Üniversitesi, Türkiye
Vakkas Uluçay, Kilis 7 Aralık Üniversitesi, Türkiye
Davut Kesen, Gaziantep Üniversitesi, Türkiye

Neutrosophic Science International Association
President: Florentin Smarandache

ISBN: 978-1-59973-781-2

Basım Sayısı: 1. Basım Aralık 2023

Tasarım: Doç Dr. Vakkas ULUÇAY

Published in the Biblio Publishing
1091 West 1st Ave
Grandview Heights, OH 43212
United States of America
Ph. 614.485.0721
Em. Info@BiblioPublishing.com
https://BiblioPublishing.com/

ÖNSÖZ

Bu kitap Doç. Dr. İrfan DELİ danışmanlığında Kilis 7 Aralık Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü' nde hazırlanmış olan "NÖTROSOFİK KÜMELER ÜZERİNDE TANIMLI BAĞINTI VE MATRİS KAVRAMLARI KULLANILARAK BAZI ÇIKARIM YÖNTEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ" adlı yüksek lisans tezimden üretilmiştir.

Çalışmanın hazırlanması sırasında ayırdığı değerli zaman ve sağladığı destek için araştırmalarıma büyük katkıda bulunan Sayın Doç. Dr. İrfan DELİ'ye sonsuz minnet ve saygılarımı sunarım.

Rumeysa Merve GÖNDER

Kilis, 2023

İÇİNDEKİLER

ŞEKİLLER DİZİNİ

SEMBOLLER VE KISALTMALAR İNDEKSİ

1. SEMBOLLER

A	: Bulanık küme
R	: Bulanık bağıntı
$\tilde{\times}$	: Bulanık kümelerde kartezyen çarpım
$\tilde{}$	: Bulanık küme işlemleri
$\tilde{A}$	: Yamuksal bulanık sayı
$\bar{A}$	: Nötrosofik küme
$\bar{R}$	: Nötrosofik bağıntı
$\hat{\times}$	: Nötrosofik kümelerde kartezyen çarpım
$\hat{}$	: Nötrosofik küme işlemleri
$\tilde{\tilde{A}}$	: Yamuksal nötrosofik sayı
$\bar{\bar{x}} \in A$	: X kümesi üzerinde tanımlı $\bar{A}$ nötrosofik kümesi
$[\bar{\bar{a}}_{ij}]_{m\times n}$	: Nötrosofik matris gösterimi

2. KISALTMALAR

TDN-Sayı	: Tek değerli nötrosofik sayı
TDYN-Sayı	: Tek değerli yamuksal nötrosofik sayı
$\bar{x}$	: $\mu_A(x)/x$
$\tilde{t}$	: $t-norm$ işlemcisi
$\tilde{s}$	: $s-norm$ işlemcisi
$\bar{\bar{x}}$	: $< x, T_{\bar{A}}(x), I_{\bar{A}}(x), F_{\bar{A}}(x) >$

1. GİRİŞ

Günlük yaşamımızda genelde iyi, kötü, az, çok, ılık gibi belirsizlik ve kararsızlık içeren olaylar ile karşılaşırız. Bu tip olayları modellemek için güçlü uygulamaları olan olasılık teorisi, Zadeh (1965)'in bulanık kümeler teorisi, Atanossov (1986)'ın sezgisel bulanık kümeler teorisi, Molodtsov (1999)'un esnek kümeler teorisi ve Smarandache (1999)'nin nötrosofik kümeler teorisi gibi teoriler ortaya çıkmıştır. Zadeh (1965) tarafından ileri sürülen bulanık küme teorisi belirsizlik içeren problemlerle başa çıkmak için şimdiye kadar tanımlanmış en belirgin teoridir. Bu teori [0,1]'de tanımlı kişiden kişiye veya ortamdan ortama değişen bir üyelik fonksiyonu yardımı ile verilir. Atanassov (1999)'un sezgisel bulanık kümeler teorisi ise bulanık kümeye ilave olarak her bir durum için "$0\leq$ üyelik derecesi + üyelik olmama derecesi$\leq$ 1" şartına bağlı üyelik olmama derecesini ihtiva eden bir teoridir. Bu teorideki kısıtlama sebebiyle bazı uygulamalarda modelleme problemi ortaya çıkmış ve bunun için Smarandache (1999) tarafından [0,1] üzerine tanımlanan ve bağımsız olarak üyelik (doğruluk), üyelik olmama (yanlışlık) ve kararsızlık fonksiyonu ile modellenen nötrosofik kümeler teorisi en son tanımlanan teorilerden biridir. Bu teori bir çok araştırmacı için oldukça verimli bir alan olmuş ve pek çok uygulamaya ışık tutmuştur. Örneğin; genel görelilik teorisi üzerine Rabounski ve ark. (2005), nötrosofik grup ve nötrosofik cebir üzerine Kandasamy ve Smarandache (2006), tıp alanı üzerine Dhivya ve Maheswari (2021), Chai ve ark. (2021), Ngan ve ark. (2021), Mustapha ve ark. (2022), Habib ve ark. (2021), Olgun ve ark. (2021) ve özelliklede corona virüs hastaları üzerine Antonysamy ve ark. (2022), nötrosofik bağıntılar üzerine Khalifa (2019), nötrosofik modelleme ve kontrol üzerine Aggarwal ve ark. (2010), aralıklı nötrosofik matrisler üzerine Kandasamy ve Smarandache (2006), kartezyen çarpım, homomorfizm, izomorfizm gibi kavramlar üzerine Karaaslan ve Davvaz (2018), nötrosofik esnek kümeler üzerine Broumi (2013), Maji (2012), nötrosofik esnek matrisler üzerine Guleria ve Bajaj (2019), Nötrosofik topoloji üzerine Salama ve Alblowi (2012) ve Salama ve ark. (2012), Lupiañez (2009), nötrosofik kümelerin merkezi noktaları üzerine Hanafy ve ark. (2013) ve, Deli (2019) ve Deli ve Öztürk (2020) ve nötrosofik kümelerin temel tanım ve uygulamaları üzerine Ansari ve ark. (2013), Arora ve ark. (2011), Bhoumik ve Pal (2010), Jency

ve Arockiarani (2016), Karaaslan ve Hayat (2018), Smarandache (2005), Smarandache (2009), Ye (2015), Zhang ve ark. (2010) yapılan çalışmaların bazılarıdır.

Kararsızlık içeren gerçek hayat problemleri başta olmak üzere günlük yaşamımızda oyun teorisi de çok sayıda yazar için araştırma konusu olmuştur. Örneğin Khalifa (2019) nötrosofik kümeleri kullanarak iki kişilik matris oyunlarını inceledi. Daha sonra Deli (2019) nötrosofik kümeler üzerine sonuç matrisi tanımlayarak matris oyunlarının çözümleri hakkında çalışma yapmıştır. Aynı yazar Deli ve ark. (2021)'de nötrosofik kümeler üzerine aralık değerli matris oyunlarını modelleyerek lineer ve lineer olmayan programlama metotlarını incelemiştir. Bhaumik ve Roy (2021) ise tek değerli nötrosofik ortamda dilsel yaklaşım ile belirsizlik içeren matris oyunlarını çözebilmek için bir analiz geliştirmiştir.

Salama ve ark. (2014)'da nötrosofik bağıntıları ve çeşitli işlemlerini tanımlayarak nötrosofik veri tabanı için bir uygulama verdi. Varol ve ark. (2019)'da çalışmasında bileşenleri tek değerli nötrosofik kümeler olan nötrosofik matrisler tanımlandı. Onlar, nötrosofik bağıntıların işlemlerini ve temel özelliklerini de verdi. Bu çalışma aynı zamanda tüm nötrosofik matris ailelerinin bir klasik cisim üzerinde vektör uzayı olduğunu da ispatlar. Porchelvi ve Jayapriya (2019) nötrosofik matrislerin bazı çeşitlerini detaylı bir şekilde inceledi ve toplam, çarpım ve fark gibi matris işlemlerini tanımlayarak özelliklerini inceledi. Dhar ve ark. (2014) iki nötrosofik matris için toplama ve çarpım işlemlerini farklı bir şekilde sunup özelliklerini inceledi. Determinant kavramı lineer cebirde oldukça kullanışlı bir matematiksel kavram olduğu için Porchelvi ve Jayapriya (2019) de bir nötrosofik matrisin determinantını ve özelliklerini verdi ve bir nötrosofik matrisin iz ve ek matrisi gibi kavramlarını inceledi. Arockiarani ve Jency (2016) t-norm ve s-norm işlemlerine göre nötrosofik kümeler üzerine bileşke işlemini vererek bazı özelliklerini karakterize etti. Kandasamy ve ark. (2005) bazı nötrosofik kavramları vererek nötrosofik modellerin bir uygulamasını verdi. Murugadas ve ark. (2019) nötrosofik matrislerin temel işlemleri ile birlikte yeni bir bileşke işlemi tanımladı. Al-Quran ve Alkhazaleh (2018) kompleks nötrosofik kümeler arasındaki bağıntıları karar verme süreci ile birlikte ele aldı. Karaaslan ve Davvaz (2018) nötrosofik matrisler üzerine farklı çarpım işlemleri vererek özelliklerini

ayrıntılı olarak inceledi. Muhammad ve ark. (2019) nötrosofik kare matrisler üzerine ayrışım dahil yeni bir yön kazandırdı.

Karar verme süreçlerinde geçmiş deneyimlere ve verilere dayanarak bir çıkarım bağıntısı elde edip gelecek olaylar için bu bağıntı ile bileşke işlemi sayesinde bir çıkarım yapmak oldukça bilinen bir kavramdır. Bulanık kümeler yardımıyla çıkarım bağıntısı elde etmek için Tanaka (1991)'de verilen max − min yöntemine bağlı olan Mandani metodu ve $f(a,b) = min\{1, 1-a+b\}$ yöntemine bağlı olan Zadeh metodu en çok kullanılan çıkarım bağıntısı elde etme metotlarıdır. Bu metotlar IF $\bar{x} \in A$ AND $\bar{y} \in B$ THEN $\bar{z} \in C$ gibi kurallara dayanmaktadır. Burada A, B ve C bulanık kümeler olmak üzere, $\bar{x}$ ve $\bar{y}$ değişkenleri ön koşul veya ön kural; $\bar{z}$ değişkeni sonuç koşulu veya kuralı olarak adlandırılır.

Bulanık kümeler ile elde edilen çıkarım bağıntılarında t-norm ve t-conorm gibi bulanık normlar veya içermeler (implication) hayati bir öneme sahiptir. Bundan dolayı Fodor (1995) bazı yeni çıkarım bağıntıları için bulanık içermeleri ayrıntılı araştırdı. Daha sonra, Cornelis ve ark. (2004), Massanet ve Torrens (2011), Reiser ve ark. (2013), Jayaram ve Mesiar (2009), Türkşen ve ark. (1998), Atanassova (2009), Mamdani (1974) ve Mizumoto (1988) bulanık kümeler üzerine bazı içerme yöntemlerini detaylı bir şekilde ele aldılar. Ayrıca sezgisel bulanık içermeler üzerine Angelova ve Atanassov (2021), Atanassov (2021) gibi çalışmalarda mevcuttur. Son zamanlarda, Broumi, Smarandache, (2014) nötrosofik kümeler üzerine s-norm ve t-norm işlemcilerini kullanarak tip-1 ve tip-2 diye adlandırılan iki işlemci verdi. Bu işlemciler de bulanık küme teorisindeki uygulamaların nötrosofik üzerine uygulanmasında öncülük etti. Bu kitap çalışmasının ilk olarak; bulanık küme ve ve bulanık çıkarım bağıntıları üzerinde var olan bazı temel tanımlar, örnekler ve işlemler sunuldu. İkinci olarak; IF-THEN kuralları sayesinde bulanık kümelerde çıkarım yöntemleri olan Mandani ve Zadeh metodu algoritma yardımıyla verildi. Üçüncü olarak; nötrosofik küme ve nötrosofik bağıntılar ile ilgili tanım ve özelliklere yer verildi. Dördüncü olarak; nötrosofik kümeler üzerine Mandani ve Zadeh metotlarını genelleştiren bazı algoritmalar geliştirildi. Beşinci olarak; s-norm ve t-norm işlemcilerine bağlı olarak yeni nötrosofik çıkarım bağıntıları için algoritmalar geliştirildi ve cebirsel toplam ve çarpım ile örneklendirildi. Altıncı olarak; nötrosofik çıkarım bağıntıları sayesinde

çıkarım elde etmek için bazı algoritmalar sunuldu. Son olarak; nötrosofik çıkarım metotlarının günlük hayatımıza başarılı bir şekilde uygulanabileceğini gösteren bir tıbbi tedavi problemi verilerek tıbbi tedavilere alternatif yol sunulmaya çalışıldı.

2. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde, kitabın diğer bölümlerinde kullanacağımız temel tanım ve teoremlere yer verilecektir.

2.1 Bulanık kümeler

Bu alt bölümde, bulanık kümeler tanıtıldıktan sonra üzerinde tanımlı temel işlemler ve kullanacağımız bazı sonuçlar verilecektir.

Tanım 2.1.1. (Zadeh, 1965) X herhangi bir evrensel küme olsun. X üzerinde tanımlı bir A bulanık kümesi $\mu_A : X \to [0,1]$ olmak üzere üyelik fonksiyonu,

$$A = \{\mu_A(x)/x : x \in X\}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada μ_A fonsiyonuna A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu, $\mu_A(x)$ değerine $x \in X$ elemanının üyelik değeri denir. Bir elemanın üyelik değeri, o elemanın bulanık kümeye ait olma derecesidir.

Tanım 2.1.2. (Kaufmann ve Gupta, 1988) $a \leq b \leq c \leq d$ olacak şekilde a,b,c ve d birer reel sayı, $w_{\tilde{A}} \in [0,1]$ ve $\mu_{\tilde{A}} : R \to [0, w_{\tilde{A}}]$ üyelik fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir bulanık küme olan $\tilde{A} = (a,b,c,d;w_{\tilde{A}})$ bulanık sayısı (yamuksal bulanık sayısı)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} (x-a)w_{\tilde{A}}/(b-a) & (a \leq x < b) \\ w_{\tilde{A}} & (b \leq x \leq c) \\ (d-x)w_{\tilde{A}}/(d-c) & (c < x \leq d) \\ 0 & \text{aksi durumlarda,} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

Özel olarak $w_{\tilde{A}} = 1$ alınırsa $\tilde{A} =< (a,b,c,d;w_{\tilde{A}}) >$ bulanık sayısı $\tilde{A} =< (a,b,c,d) >$ ile gösterilir. Ayrıca burada $b = c$ ise $\tilde{A} =< (a,b,c,d;w_{\tilde{A}}) >$ bulanık sayısı üçgensel bulanık sayıya indirgenir ve $\tilde{A} =< (a,b,d;w_{\tilde{A}}) >$ ile gösterilir.

Tanım 2.1.3. (Zimmermann,1993) Aşağıdaki dört özelliği sağlayan T $[0,1] \times [0,1] \to [0,1]$'e fonksiyonuna $T-norm$ işlemi denir. $\forall a,b,c,d \in [0,1]$ için

i. $t(0,0) = 0$ ve $t(a,1) = t(1,a) = a,\ x \in E.$

ii. Eğer $a \leq c$ ve $b \leq d$ ise
$t(a,b) \leq t(c,d)$ 'dir.

iii. $t(a,b) = t(b,a).$

iv. $t(a,b,c) = t(t(a,b,c)).$

özellikleri sağlanmaktadır.

Tanım 2.1.4. (Zimmermann,1993) Aşağıdaki dört özelliği sağlayan S $[0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ fonksiyonuna $S-norm(T-conorm)$ işlemi denir. $\forall a,b,c,d \in [0,1]$ için

i. $s(1,1) = 1$ ve $s(a,0) = s(0,a) = a,\ x \in E.$

ii. Eğer $a \leq c$ ve $b \leq d$ ise
$s(a,b) \leq s(c,d)$ 'dir.

iii. $s(a,b) = s(b,a).$

iv. $s(a,s(b,c)) = s(s(a,b,c).$

özellikleri sağlanmaktadır.

İyi bilinen $T-norm$ ve $T-conorm$ dual çiftleri aşağıdaki gibidir:

i. Zorlu çarpım:

$$\tilde{t}_w(a,b) = \begin{cases} \min\{a,b\}, & \max\{a,b\} = 1 \\ 0, & aksidurumlarda \end{cases}$$

ii. Zorlu toplam:

$$\tilde{s}_w(a,b) = \begin{cases} \max\{a,b\}, & \min\{a,b\} = 0 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

iii. Sınırlı çarpım:

$$\tilde{t}_1(a,b) = \max\{0, a+b-1\}$$

iv. Sınırlı toplam:

$$\tilde{s}_1(a,b) = \min\{1, a+b\}$$

v. Einstein çarpımı:

$$\tilde{t}_{1.5}(a,b) = \frac{a \cdot b}{2 - [a+b-a \cdot b]}$$

vi. Einstein toplamı:

$$\tilde{s}_{1.5}(a,b) = \frac{a+b}{1+a \cdot b}$$

vii. Cebirsel çarpım:

$$\tilde{t}_2(a,b) = a \cdot b$$

viii. Cebirsel toplam:

$$\tilde{s}_2(a,b) = a+b-a \cdot b$$

ix. Hamacher çarpımı:

$$\tilde{t}_{2.5}(a,b) = \frac{a \cdot b}{a+b-(a \cdot b)}$$

x. Hamacher toplamı:

$$\tilde{s}_{2.5}(a,b) = \frac{a+b-2 \cdot a \cdot b}{1-a \cdot b}$$

xi. Minimum:

$$\tilde{t}_3(a,b) = \min\{a,b\}$$

xii. Maximum:

$$\tilde{s}_3(a,b) = \max\{a,b\}$$

Tanım 2.1.5. (Baykal ve Beyan, 2004) $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ olmak üzere sırasıyla X ve Y üzerinde iki bulanık küme A ve B olsun. A ve B'nin $A\tilde{\times}B$ ile gösterilen bulanık kartezyen çarpımı,

$$A\tilde{\times}B = \{\mu_{A\tilde{\times}B}(x,y)/(x,y) : \mu_{A\tilde{\times}B}(x,y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) : \forall(x,y) \in X \times Y\}$$

şeklinde tanımlanır.

Genel olarak; $X_1, X_2, ..., X_n$ kümeleri üzerinde tanımlı sırasıyla $A_1, A_2, ...A_n$ bulanık kümeleri için $A_1, A_2, ...A_n$'in $A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times}A_n$ ile gösterilen bulanık kartezyen çarpımı,

$$\begin{aligned} A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times}A_n = & \quad \{\mu_{A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times}A_n}(x_1,x_2,...,x_n)/(x_1,x_2,...,x_n) : \mu_{A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times}A_n}(x_1,x_2,...,x_n) \\ = & \quad \min\{\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), ..., \mu_{A_n}(x_n)\} : \forall(x_1,x_2,...,x_n) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n\} \end{aligned}$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.6. (Baykal ve Beyan, 2004) $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ olmak üzere $X \times Y$ üzerinde tanımlı $A\tilde{\times}B$ ile gösterilen bulanık kartezyen çarpımı verilsin. $A\tilde{\times}B$ nin herhangi bir R bulanık alt kümesine $X \times Y$'de bir bulanık bağıntı denir ve matematiksel olarak,

$$R = \{\mu_R(x_i,y_j)/(x_i,y_j) : \mu_R(x_i,y_j) \leq \mu_{A\tilde{\times}B}(x_i,y_j), \mu_R(x_i,y_j) \in [0,1] : \forall(x_i,y_j) \in X \times Y\}$$

ile gösterilir.

Burada $\bar{a}_{ij} = \mu_R(x_i, y_i)$ olmak üzere R bulanık bağıntısı, bulanık matris olarak $[\bar{a}_{ij}]_{m\times n}$ ile ifade edilir.

Ayrıca $X=\{x_1,x_2,...,x_m\}$, $Y=\{y_1,y_2,...,y_n\}$ ve $Z=\{z_1,z_2,...,z_r\}$ için $X\times Y\times Z$ üzerindeki bulanık matrisi $\bar{a}_{ijk}=\mu_R(x_i,y_j,z_k)$ olmak üzere

$$R=\left(\begin{pmatrix}\bar{a}_{111} & \bar{a}_{121} & \cdots & \bar{a}_{1n1}\\ \bar{a}_{211} & \bar{a}_{221} & \cdots & \bar{a}_{2n1}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \bar{a}_{m11} & \bar{a}_{m21} & \cdots & \bar{a}_{mn1}\end{pmatrix} \begin{pmatrix}\bar{a}_{112} & \bar{a}_{122} & \cdots & \bar{a}_{1n2}\\ \bar{a}_{212} & \bar{a}_{222} & \cdots & \bar{a}_{2n2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \bar{a}_{m12} & \bar{a}_{m22} & \cdots & \bar{a}_{mn2}\end{pmatrix} \begin{pmatrix}\bar{a}_{11r} & \bar{a}_{12r} & \cdots & \bar{a}_{1nr}\\ \bar{a}_{21r} & \bar{a}_{22r} & \cdots & \bar{a}_{2nr}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \bar{a}_{m1r} & \bar{a}_{m2r} & \cdots & \bar{a}_{mnr}\end{pmatrix}\right)_{m\times n\times r}$$

şeklinde göstereceğiz.

Genel olarak; $X_1,X_2,...,X_n$ kümeleri üzerinde tanımlı sırasıyla $A_1,A_2,...A_n$ bulanık kümeleri için $A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times}A_n$ nin herhangi bir R bulanık alt kümesine $X_1\times X_2\times...X_n$'de bir bulanık bağıntı denir ve $\mu_R: X_1\times X_2\times X_n\rightarrow[0,1]$ olmak üzere,

$$R = \{\mu_R(x_1,x_2,...,x_n)/(x_1,x_2,...,x_n) : \mu_R(x_1,x_2,...,x_n) \leq \mu_{A_1\tilde{\times}A_2\tilde{\times}...\tilde{\times},A_n}(x_1,x_2,...,x_n),$$
$$\forall(x_1,x_2,...,x_n) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n\}$$

ile gösterilir.

Tanım 2.1.7. (Baykal ve Beyan, 2004) X,Y klasik kümeleri için $R_1 \subseteq A\tilde{\times}B$ üzerinde ve $R_2 \subseteq A\tilde{\times}B$ üzerinde tanımlı olmak üzere, bulanık bağıntılarda küme işlemleri;

1. R_1 ve R_2 bulanık bağıntıları için birleşme işlemi $\forall(x,y) \in A\tilde{\times}B$ olmak üzere $R_1\tilde{\cup}R_2$ ile gösterilir ve

$$\mu_{R_1\tilde{\cup}R_2}(x,y) = \max\{\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\} = \mu_{R_1}(x,y) \vee \mu_{R_2}(x,y)$$

şeklinde tanımlanır.

2. A ve B kümelerinde $R_1\tilde{\cap}R_2$ kesişim bağıntısı aşağıdaki gibi $\forall(x,y) \in A\tilde{\times}B$ olmak üzere $R_1\tilde{\cap}R_2$ ile gösterilir ve

$$\mu_{R_1\tilde{\cap}R_2}(x,y) = \min\{\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\} = \mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(x,y)$$

şeklinde tanımlanır.

3. Bulanık R_1 bağıntısı $\forall(x,y) \in A\tilde{\times}B$ için,tümleyen ${R_1}^{\tilde{c}}$ ile gösterilir ve

$${R_1}^{\tilde{c}}(x,y) = 1 - \mu_{R_1}(x,y)$$

şeklinde tanımlanır.

4. Bulanık R_1 bağıntısı $\forall(x,y) \in A\tilde{\times}B$ için, R_1 bağıntısının ters bağıntı işlemi ${R_1}^{-1}$ ile gösterilir ve

$$\mu_{R_1}^{-1}(x,y) = \mu_{R_1}(y,x)$$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 2.1.1. X ve Y klasik kümeleri üzerinde sırasıyla A ve B bulanık kümeleri tanımlı olmak üzere, $R,S \subseteq A\tilde{\times}B$ olacak şeklinde 3×3 tipinde R ve S iki bulanık bağıntısı,

$$R = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 & 0.8 \\ 0.1 & 0.2 & 0.6 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix} \text{ ve } S = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.1 & 0.7 & 0.4 \\ 0.4 & 0.8 & 1.0 \end{pmatrix}$$

olarak verilirse,

1. R ve S'nin $R\tilde{\cup}S$ ile gösterilen birleşimi

$$R\tilde{\cup}S = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.4 & 0.8 \\ 0.1 & 0.7 & 0.6 \\ 0.4 & 0.8 & 1.0 \end{pmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

2. R ve S'nin $R\tilde{\cap}S$ ile gösterilen kesişimi

$$R\tilde{\cap}S = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \\ 0.1 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

3. R'nin $R^{\tilde{c}}$ ile gösterilen tümleyeni

$$R^{\tilde{c}} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.2 \\ 0.9 & 0.8 & 0.4 \\ 0.9 & 0.5 & 0.8 \end{pmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

4. R'nin R^{-1} ile gösterilen tersi

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.5 \\ 0.8 & 0.6 & 0.2 \end{pmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Teorem 2.1.1. (Tanaka, 1991) X, Y klasik kümeleri üzerinde sırasıyla A ve B bulanık kümeleri tanımlı olmak üzere $R,S \subseteq A\tilde{\times}B$ özelliğini sağlayan R ve S bağıntıları için,

1. $(R\tilde{\cup}S)^{-1} = R^{-1}\tilde{\cup}S^{-1}$
2. $(R\tilde{\cap}S)^{-1} = R^{-1}\bar{\cap}S^{-1}$
3. $(R^{-1})^{-1} = R$
4. $(R^{\tilde{c}})^{-1} = (R^{-1})^{\tilde{c}}$
5. $R\tilde{\subseteq}S \Rightarrow R^{-1}\tilde{\subseteq}S^{-1}$

özellikleri sağlanmaktadır.

Tanım 2.1.8. (Tanaka, 1991) X, Y ve Z üç evrensel küme olsun. X üzerinde tanımlı A bulanık kümesi, $X \times Y$ üzerinde tanımlı R bulanık bağıntısı ve $Y \times Z$ üzerinde tanımlı S bulanık bağıntısı verilsin. Daha sonra,

1. A bulanık kümesi ve R bulanık bağıntısının bileşkesi $B = A\tilde{\circ}R$ ile gösterilir ve

$$\mu_{A\tilde{\circ}R}(y) = \max_{x\in X}\{\mu_A(x) \wedge \mu_R(x,y)\} \tag{2.1}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

2. R bulanık bağıntısı ve S bulanık bağıntısının bileşkesi $R\tilde{\circ}S$ ile gösterilir ve

$$\mu_{R\tilde{\circ}S}(x,z) = \max_{y\in Y}\{\mu(x,y) \wedge \mu(y,z)\}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

Yorum 2.1.1. (Tanaka, 1991) Tanım 2.1.8.'de verilen bileşke işlemini kolay bir şekilde yapabilmek için matrislerin çarpımını kullanabiliriz.

Örnek olarak aşağıda verilen 2×2 tipinde K ve L matrisleri için aşağıdaki gibi matris çarpımı yapılırsa

$$K = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ ve } L = \begin{pmatrix} e & f \\ k & l \end{pmatrix} \text{ ise } K \cdot L = \begin{pmatrix} a\cdot e + b\cdot k & a\cdot f + b\cdot l \\ c\cdot e + d\cdot k & c\cdot f + d\cdot l \end{pmatrix}$$

Burada verilen işlemlerde çarpma işlemi ile $\wedge$ (min) ve toplama işlemi ile $\vee$ (max) işlemi yer değiştirilirse bileşke işlemi yapılmış olur.

Yani; $R = \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 \\ \mu_3 & \mu_4 \end{pmatrix}$ ve $S = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_3 & \gamma_4 \end{pmatrix}$ için,

$$R\tilde{\circ}S = \begin{pmatrix} (\mu_1 \wedge \gamma_1) \vee (\mu_2 \wedge \gamma_3) & (\mu_1 \wedge \gamma_2) \vee (\mu_2 \wedge \gamma_4) \\ (\mu_3 \wedge \gamma_1) \vee (\mu_4 \wedge \gamma_3) & (\mu_3 \wedge \gamma_2) \vee (\mu_4 \wedge \gamma_4) \end{pmatrix}$$

şeklinde hesaplanır.

Örnek 2.1.2. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ olmak üzere X üzerinde A bulanık kümesi $A = \{0.3/x_1, 0.8/x_2, 1.0/x_3\}$ ve $X \times Y$ üzerinde R bulanık bağıntısı $R \subseteq X \times Y$ tanımlı olmak üzere A bulanık kümesinin ve R bulanık bapıntısının matris gösterimi sırasıyla

$$A = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.8 & 1.0 \end{pmatrix}$$

ve

$$R = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.8 \\ 0.5 & 1.0 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$$

ise

$$\begin{aligned} A \tilde{\circ} R = & \begin{pmatrix} 0.3 & 0.8 & 1.0 \end{pmatrix} \tilde{\circ} \begin{pmatrix} 0.6 & 0.1 & 0.8 \\ 0.5 & 1.0 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix} \\ = & \begin{pmatrix} 0.5 & 0.8 & 0.5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

şeklindedir.

Örnek 2.1.3. (Tanaka, 1991) Tanım 2.1.8.'deki bileşke tanımını günlük hayatta karşılaşabileceğimiz bir durumla örnek verecek olursak; uzağı net göremeyen ve renk körü bir kişi bulunmaktadır. Bu kişi evinin yanındaki manava alışveriş yapmaya gittiğinde, manavın üst raflarında yer alan meyveleri net olarak görememektedir. Sadece meyvelerin boyut ve şekillerini algılayabilmektedir. Bu kişi uzun yıllardır bu şekilde yaşamaktadır ve yılların getirdiği tecrübeyle artık meyvelerin özellikleri hakkında bazı bilgilere sahiptir. Örneğin mandalinanın şekli yuvarlak ve boyutu diğer meyvelere göre nispeten daha küçüktür. Bu kişinin meyveler hakkındaki bilgisinin bulanık bağıntı şeklinde gösterildiğini kabul edelim ve

M= {Mandalina, Elma, Ananas, Karpuz, Çilek}

ve

Ş= {uzun,yuvarlak,irilik}

olmak üzere $M \times$ Ş üzerindeki bulanık bağıntı,

$$R = \begin{array}{c} \\ Uzun \\ Yuvarlak \\ irilik \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} Mandalina & Elma & Ananas & Karpuz & Çilek \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0.3 & 0.9 & 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 & 0.7 & 1.0 & 0.2 \end{pmatrix} \end{array}$$

şeklinde verilsin. Mandalina meyvesi için ”uzunluk” değerinin 0 , ”yuvarlaklık” değerinin 0.9 ve ”irilik” değerinin 0.2 olduğu görülür. Buradaki sayılar, kişinin mandalinalar hakkındaki bilgisini yansıtmaktadır. Örneğin, bu kişinin önceden edindiği tecrübeye göre mandalinalar ”nere- deyse yuvarlak” ve ”biraz iri” meyvelerdir. Bu örnekte, meyvelerin şekilleri için ”uzunluk”, ”yuvarlaklık” ve ”irilik” olmak üzere sadece üç özellik ele alınmıştır. Eğer meyvelerin özellik sayısı arttırılırsa bağıntılar daha doğru şekilde tahmin edilir. Bu kişinin manavın rafında algıladığı meyvenin hangi meyve olduğu tahmin edilmeye çalışılsın. Bunun için eline aldığı bir meyvenin şekli hakkındaki yorumunu

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Uzun & Yuvarlak & irilik \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.9 \end{pmatrix} \end{array}$$

olarak bulanık matris olarak ifade ederse meyvenin türü

$$A\tilde{\circ}R = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.9 \end{pmatrix} \tilde{\circ} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 & 0 & 0.8 \\ 0.3 & 0.9 & 0.1 & 1.0 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 & 0.7 & 1.0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 & 0.7 & 0.9 & 0.2 \end{pmatrix}$$

bileşke işlemi yapıldığında üyelik derecesinin en yüksek olması sebebiyle gözlemlenen meyve türünün ”karpuz” olma ihtimali en yüksektir.

2.2 Bulanık Çıkarım Bağıntıları

Bu bölümde (Tanaka, 1991)’de verilen bulanık çıkarım bağıntısı elde etmek için Mamdani Metodu ve Zadeh Metodu için algoritmalar vereceğiz.

Bu çalışma boyunca X kümesi üzerinde tanımlı A bulanık kümesi için $\mu_A(x)/x \in A$ notasyonu yerine $\bar{x} \in A$ notasyonunu kullanacağız.

(Tanaka, 1991)’de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan Mandani metodu ve $\tilde{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$ yöntemine bağlı olan Zadeh metodu en çok kullanılan çıkarım bağıntısı elde etme metotlarıdır. Bu metotlar IF $\bar{x} \in A$ AND $\bar{y} \in B$ THEN $\bar{z} \in C$ gibi kurallara dayanmaktadır. Burada A, B ve C bulanık kümeler olmak üzere, $\bar{x}$ ve $\bar{y}$ değişkenleri ön koşul veya ön kural; $\bar{z}$ değişkeni sonuç koşulu veya kuralı olarak adlandırılır.

2.2.1 Mamdani Metodu ile Çıkarım Bağıntıları

2.2.1.1 Mandani Metodu ile Tek Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)’de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $A_1, A_2 \subset X$ üzerinde ve $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde A_1, A_2, B_1, B_2 bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 1

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver. (Buradaki kural sayısı artırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ THEN $\bar{y} \in B_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ THEN $\bar{y} \in B_2$

Adım 2: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\mu_{R_1}(x_i, y_j) = \mu_{A_1}(x_i) \wedge \mu_{B_1}(y_j)$ ile R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2: $\mu_{R_2}(x_i, y_j) = \mu_{A_2}(x_i) \wedge \mu_{B_2}(y_j)$ ile R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_i, y_j) = \quad \mu_{R_1}(x_i, y_j) \vee \mu_{R_2}(x_i, y_j)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Örnek 2.2.1. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ klasik kümeleri üzerinde sırasıyla,

$$A_1 = \{0.2/x_1, 1.0/x_2\}, \quad A_2 = \{0.6/x_2, 0.8/x_3\}$$

$$B_1 = \{1.0/y_1, 0.1/y_2, 0.6/y_3\}, \quad B_2 = \{0.8/y_1, 0.2/y_2, 0.1/y_3\}$$

bulanık kümeleri tanımlı olmak üzere, $A_1, A_2 \subset X$ üzerinde ve $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 1'i kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki 2 kural verilsin.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ THEN $\bar{y} \in B_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ THEN $\bar{y} \in B_2$

Adım 2: $\forall(x_i \times y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i \times y_j) \in X \times Y$ için

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 1.0 & 0.1 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

R_1 bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i \times y_j) \in X \times Y$ için

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0.2 & 0.1 \\ 0.8 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

R_2 bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i \times y_j) \in X \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları birleştirildi ve

$$R = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 1.0 & 0.2 & 0.6 \\ 0.8 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

2.2.1.2 Mandani Metodu ile İki Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen max – min yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X=\{x_1,x_2,...,x_i\}$, $Y=\{y_1,y_2,...,y_j\}$ ve $Z=\{z_1,z_2,...,z_k\}$ klasik kümeleri için, $A_1,A_2 \subset X$ üzerinde, $B_1,B_2 \subset Y$ üzerinde ve $C_1,C_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde A_1,A_2,B_1,B_2,C_1,C_2 bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 2

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_2$

Adım 2: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\mu_{R_1}(x_i,y_j,z_k) = \mu_{A_1}(x_i) \wedge \mu_{B_1}(y_j) \wedge \mu_{C_1}(z_k)$ ile R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2: $\mu_{R_2}(x_i,y_j,z_k) = \mu_{A_2}(x_i) \wedge \mu_{B_2}(y_j) \wedge \mu_{C_2}(z_k)$ ile R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_i,y_j,z_k) = \mu_{R_1}(x_i,y_j,z_k) \vee \mu_{R_2}(x_i,y_j,z_k)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Bu algoritmada Kural sayısı n tane olursa;

$$\mu_R(x_i,y_j,z_k) = \mu_{R_1}(x_i,y_j,z_k) \vee \mu_{R_2}(x_i,y_j,z_k) \vee ... \vee \mu_{R_n}(x_i,y_j,z_k)$$

ile birleştirme yapılır.

Örnek 2.2.2. $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ klasik kümeleri üzerinde sırasıyla,

$$A_1 = \{0.8/x_1, 0.2/x_2, 0.1/x_3\}, \quad A_2 = \{0.1/x_1, 0.6/x_2, 1.0/x_3\}$$

$$B_1 = \{0.6/x_1, 0.4/x_2, 1.0/x_3\}, \quad B_2 = \{0.3/x_1, 0.1/x_2, 0.7/x_3\}$$

$$C_1 = \{0.2/x_2, 1.0/x_3\}, \quad C_2 = \{0.1/x_1, 0.7/x_2, 0.4/x_3\}$$

bulanık kümeleri tanımlı olmak üzere, $A_1, A_2 \subseteq X$ üzerinde, $B_1, B_2 \subseteq Y$ üzerinde ve $C_1, C_2 \subseteq Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde bulanık kümeler verilsin.

Algoritma 2'yi kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki kurallar verilsin.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_2$

Adım 2: $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

Sonuç Kural 1: $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_1 = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \right)$$

R_1 bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_2 = \left(\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \right)$$

R_2 bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları birleştirildi ve

$$R = \left(\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \right)$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

2.2.1.3 Mandani Metodu ile n Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir. $X_1 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_1}\}$, $X_2 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_2}\}$, ..., $X_n = \{x_1, x_2, ..., x_{i_n}\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $A_1^1, A_2^1 \subset X_1$, $A_1^2, A_2^2 \subset X_2$,..., $A_1^n, A_2^n \subset X_n$ üzerinde ve $C_1, C_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $A_1^1, A_2^1, A_1^2, A_2^2, ..., A_1^n, A_2^n, C_1, C_2$ bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 3

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\overline{x^1} \in A_1^1$ AND $\overline{x^2} \in A_1^2$ AND $\cdots$ AND $\overline{x^n} \in A_1^n$ THEN $\overline{y_j} \in C_1$

Kural 2: IF $\overline{x^1} \in A_2^1$ AND $\overline{x^2} \in A_2^2$ AND $\cdots$ AND $\overline{x^n} \in A_2^n$ THEN $\overline{y_j} \in C_2$

Adım 2: $\forall(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, x_{i_n+1}, y_j) \in (X_1, X_2, ..., X_n) \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$\mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \mu_{A_1^1}(x_{i_1}) \wedge \mu_{A_1^2}(x_{i_2}) \wedge ... \wedge \mu_{A_1^n}(x_{i_n}) \wedge \mu_{C_1}(y_j)$$

ile R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2:

$$\mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \mu_{A_2^1}(x_{i_1}) \wedge \mu_{A_2^2}(x_{i_2}) \wedge ... \wedge \mu_{A_2^n}(x_{i_n}) \wedge \mu_{C_2}(y_j)$$

ile R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, x_{i_n+1}, y_j) \in (X_1, X_2, ..., X_n) \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \quad \mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \vee \mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Bu algoritmada Kural sayısı n tane olursa;

$$\mu_R(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \vee \mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \vee$$
$$... \vee \mu_{R_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j)$$

ile birleştirme yapılır.

2.2.2 Zadeh Metodu ile Çıkarım Bağıntıları

2.2.2.1 Zadeh Metodu ile Tek Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $A_1, A_2 \subset X$ üzerinde ve $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde A_1, A_2, B_1, B_2 bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 4

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver. (Buradaki kural sayısı artırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ THEN $\bar{y} \in B_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ THEN $\bar{y} \in B_2$

Adım 2: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\mu_{R_1}(x_i, y_j) = 1 \wedge (1 - \mu_{A_1}(x_i) + \mu_{B_1}(y_j))$ ile R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2: $\mu_{R_2}(x_i, y_j) = 1 \wedge (1 - \mu_{A_2}(x_i) + \mu_{B_2}(y_j))$ ile R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_i, y_j) = \quad \mu_{R_1}(x_i, y_j) \wedge \mu_{R_2}(x_i, y_j)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Örnek 2.2.3. Örnek 2.2.1.'de verilen, $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ klasik kümeleri üzerinde sırasıyla,

$$A_1 = \{0.2/x_1, 1.0/x_2\}, \quad A_2 = \{0.6/x_2, 0.8/x_3\}$$

$$B_1 = \{1.0/y_1, 0.1/y_2, 0.6/y_3\}, \quad B_2 = \{0.8/y_1, 0.2/y_2, 0.1/y_3\}$$

$A_1, A_2 \subset X$ üzerinde ve $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olarak verilen bulanık kümeleri için, Algoritma 4'i kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki 2 kural verilsin.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ THEN $\bar{y} \in B_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ THEN $\bar{y} \in B_2$

Adım 2: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.9 & 1.0 \\ 1.0 & 0.1 & 0.6 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix}$$

R_1 bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 0.6 & 0.5 \\ 1.0 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix}$$

R_2 bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları aşağıdaki gibi birleştirildi ve

$$R = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.9 & 1.0 \\ 1.0 & 0.1 & 0.5 \\ 1.0 & 0.4 & 0.3 \end{pmatrix}$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

2.2.2.2 Zadeh Metodu ile İki Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_r\}$ klasik kümeleri için, $A_1, A_2 \subset X$ üzerinde, $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde ve $C_1, C_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ bulanık kümeleri verilsin. (Tanaka, 1991)'de verilen metod için algoritma aşağıdaki gibi verilir.

Algoritma 5

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_2$

Adım 2: $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall (x_i \times y_j) \in X \times Y$ için $W_1(x_i, y_j) = 1 \wedge (1 - \mu_{A_1}(x_i) + \mu_{B_1}(y_j))$ olmak üzere $\forall (x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\mu_{R_1}(x_i, y_j, z_k) = \quad 1 \wedge (1 - W_1(x_i, y_j) + \mu_{C_1}(z_k))$$

olacak şekilde R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i \times y_j) \in X \times Y$ için $W_2(x_i, y_j) = 1 \wedge (1 - \mu_{A_2}(x_i) + \mu_{B_2}(y_j))$ olmak üzere $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\mu_{R_2}(x_i, y_j, z_k) = \quad 1 \wedge (1 - W_2(x_i, y_j) + \mu_{C_2}(z_k))$$

olacak şekilde R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_i, y_j, z_k) = \quad \mu_{R_1}(x_i, y_j, z_k) \wedge \mu_{R_2}(x_i, y_j, z_k)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Bu algoritmada Kural sayısı n tane olursa;

$$\mu_R(x_i, y_j, z_k) = \quad \mu_{R_1}(x_i, y_j, z_k) \wedge \mu_{R_2}(x_i, y_j, z_k) \wedge \ldots \wedge \mu_{R_n}(x_i, y_j, z_k)$$

ile birleştirme yapılır.

Örnek 2.2.4. Örnek 2.2.2.'de verilen, $A_1, A_2 \subseteq X = \{x_1, x_2, x_3\}$ üzerinde, $B_1, B_2 \subseteq Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ üzerinde ve $C_1, C_2 \subseteq Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ üzerinde tanımlı A_1, A_2, B_1, B_2, C_1 ve C_2 bulanık kümelerinin matris gösterimi sırasıyla aşağıdaki gibi,

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.6 & 1.0 \end{pmatrix}$$
$$B_1 = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 1.0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix}$$
$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0.2 & 1.0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.7 & 0.4 \end{pmatrix}$$

verilsin.

Algoritma 5'i kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki kurallar verilsin.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_1$

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_2$

Adım 2: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_1 = \left(\begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix} \right)$$

R_1 bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_2 = \left(\begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 & 0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{pmatrix} \right)$$

R_2 bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları aşağıdaki gibi birleştirildi ve

$$R = \left(\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \right)$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

2.2.2.3 Zadeh Metodu ile n Girişli Bir Çıkışlı Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X_1 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_1}\}, X_2 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_2}\}, ..., X_n = \{x_1, x_2, ..., x_{i_n}\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $A_1^1, A_2^1 \subset X_1$, $A_1^2, A_2^2 \subset X_2$,..., $A_1^n, A_2^n \subset X_n$ üzerinde ve $C_1, C_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $A_1^1, A_2^1, A_1^2, A_2^2, ..., A_1^n, A_2^n, C_1, C_2$ bulanık kümeleri verilsin. (Tanaka, 1991)'de verilen metod için algoritma aşağıdaki gibi verilebilir.

Algoritma 6

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\overline{x^1} \in A_1^1$ AND $\overline{x^2} \in A_1^2$ AND $\cdots$ AND $\overline{x^n} \in A_1^n$ THEN $\overline{y_j} \in C_1$

Kural 2: IF $\overline{x^1} \in A_2^1$ AND $\overline{x^2} \in A_2^2$ AND $\cdots$ AND $\overline{x^n} \in A_2^n$ THEN $\overline{y_j} \in C_2$

Adım 2: $\forall (x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, x_{i_n+1}, y_j) \in (X_1, X_2, ..., X_n) \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: Eğer $\tilde{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$ ise,

$$\mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \tilde{f}(\tilde{f}(...(\tilde{f}(\tilde{f}(\mu_{A_1^1}(x_{i_1}), \mu_{A_1^2}(x_{i_2}), \mu_{A_1^3}(x_{i_3}), ..., \mu_{A_1^n}(x_{i_n})), \mu_{C_1}(y_j)))$$

ile R_1 bağıntısını hesapla.

Sonuç Kural 2: Eğer $\tilde{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$ ise,

$$\mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \tilde{f}(\tilde{f}(...(\tilde{f}(\tilde{f}(\mu_{A_2^1}(x_{i_1}), \mu_{A_2^2}(x_{i_2}), \mu_{A_2^3}(x_{i_3}), ..., \mu_{A_2^n}(x_{i_n})), \mu_{C_2}(y_j)))$$

ile R_2 bağıntısını hesapla.

Adım 3: $\forall(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, x_{i_n+1}, y_j) \in (X_1, X_2, ..., X_n) \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$\mu_R(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \quad \mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \wedge \mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j)$$

ile R çıkarım bağıntısını elde et.

Bu algoritmada Kural sayısı n tane olursa;

$$\mu_R(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) = \mu_{R_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \wedge \mu_{R_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \wedge$$
$$... \wedge \mu_{R_n}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j)$$

ile birleştirme yapılır.

2.2.3 Bileşke İşlemi Kullanarak Çıkarım Bağıntısı ile Çıkarım Elde Etme

(Tanaka, 1991)'de verilen bulanık bağıntı ve bulanık bileşke işlemini kullanarak tek girişli çıkarım elde etme yöntemini vereceğiz.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $A_1, A_2 \subset X$ üzerinde ve $B_1, B_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde A_1, A_2, B_1, B_2 bulanık kümeleri verilsin.

Algoritma 7

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 1 veya Algoritma 4 'ü kullanarak R çıkarım bağıntısını elde et.

Adım 2: Verilen bir durumunu A bulanık matrisi olarak alıp $B = A\tilde{\circ}R$ şeklinde çıkarım elde et.

Adım 3: Burada $\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \times \mu_{A\tilde{\circ}R}(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_{A\tilde{\circ}R}(y_i)}$ ile durulaştır ve karar ver.

Örnek 2.2.5. Örnek 2.2.1 ' de, $X = \{10, 20, 30\}$ ve $Y = \{5, 10, 15\}$ ise;

Algoritma 7' yi kullanarak,

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 1 kullanılarak,

$$R = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 1.0 & 0.1 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

Adım 2: Verilen

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.0 & 0 \end{pmatrix}$$

için,

$$B = A\tilde{\circ}R = \begin{pmatrix} 0.2 & 1.0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{\circ} \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 1.0 & 0.1 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}$$

şeklinde çıkarım elde edildi.

Adım 3: $\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \times \mu_{A\tilde{\circ}R}(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_{A\tilde{\circ}R}(y_i)} = \frac{1.0 \times z_1 + 0.1 \times z_2 + 0 \times z_3}{1.0+0.1+0} = \frac{1.0 \times 5 + 0.1 \times 10 + 0 \times 15}{1.0+0.1+0} = 5,45$ ile durulaştırma yapılarak sonuç elde edildi.

Algoritma 8

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 2 veya Algoritma 5'i kullanarak R çıkarım bağıntısını elde et.

Adım 2: Verilen bir durumunu A ve B bulanık matrisleri olarak alıp $C = A\tilde{\circ}(B\tilde{\circ}R)$ şeklinde çıkarım elde et.

Adım 3: $\frac{\sum_{i=1}^{r} z_i \times \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_C(z_i)}$ ile durulaştır ve karar ver.

Örnek 2.2.6. Örnek 2.2.2.' de $X = \{10, 20, 30\}$, $Y = \{5, 10, 15\}$ ve $Z = \{1, 2, 3\}$ ise; Algoritma 8'i kullanarak,

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 2 kullanılarak,

$$R = \left(\begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix} \right)$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

Adım 2: Verilen

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 1.0 \end{pmatrix}$$

için $C = B\tilde{\circ}(A\tilde{\circ}R)$ aşağıdaki gibi

$$A\tilde{\circ}R = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} \tilde{\circ} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 & 0.6 \\ 0.3 & 0.1 & 0.7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \end{pmatrix}$$

’den

$$A\tilde{\circ}R = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix}$$

elde edildi. Ve sonuç olarak

$$C = B\tilde{\circ}(A\tilde{\circ}R) = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 1.0 \end{pmatrix} \tilde{\circ} \begin{pmatrix} 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.6 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix} \text{ ise}$$

$C = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.8 \end{pmatrix}$ şeklinde çıkarım elde edildi.

Adım 3: $\frac{\sum_{i=1}^{r} z_i \times \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_C(z_i)} = z = \frac{0.6\times z_1+0.4\times z_2+0.8\times z_3}{0.6+0.4+0.8} = \frac{0.6\times1+0.4\times2+0.8\times3}{0.6+0.4+0.8} = 2.11$ ile durulaştırma yapılarak sonuç elde edildi.

Algoritma 9

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 3 veya Algoritma 6'yı kullanarak R çıkarım bağıntısını elde et.

Adım 2: Verilen bir durumunu $A_1, A_2, ..., A_n$ bulanık matrisleri olarak alıp

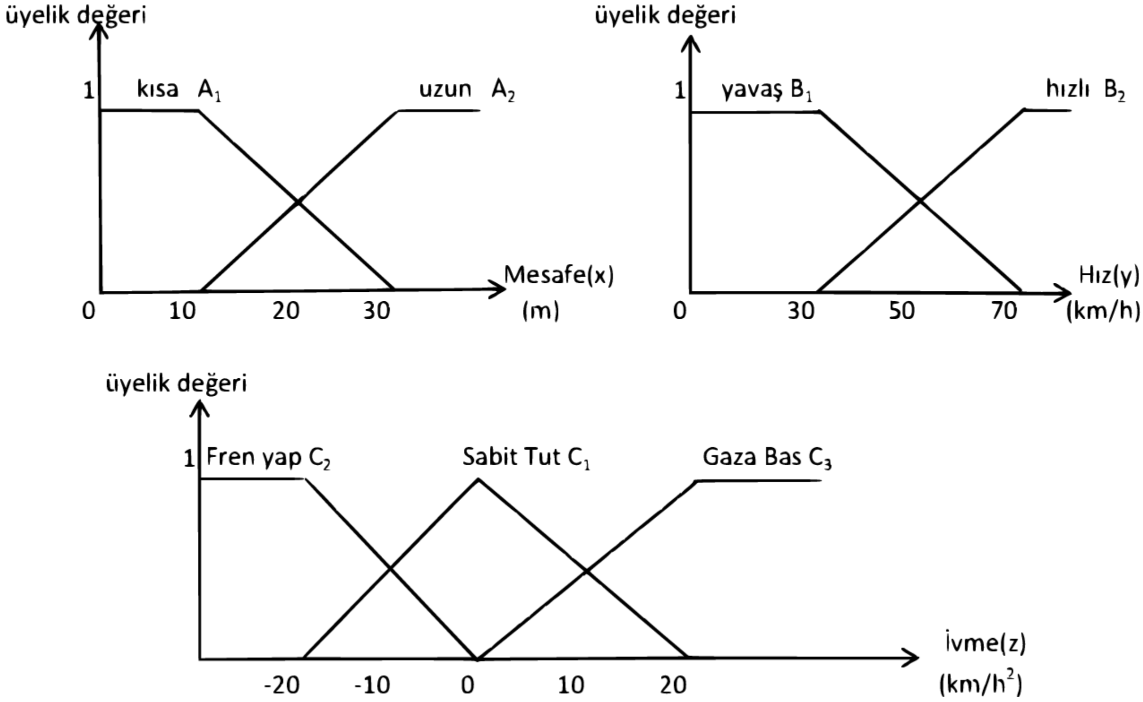
$$C = (A_1\tilde{\circ}(A_2\tilde{\circ}(...(A_n\tilde{\circ}R))))$$

şeklinde çıkarım elde et.

Adım 3: $\frac{\sum_{i=1}^{r} z_i \times \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} \mu_C(z_i)}$ ile durulaştır ve karar ver.

Örnek 2.2.7. (Tanaka, 1991) tarafından araç kontrol uygulaması Şekil 2.1'e bağlı olarak aşağıdaki gibi verildi. Bu uygulamada belirsizlik içeren "kısa", "uzun", "yavaş" ve "frene basmak" gibi gerekli bilgileri bulanık kümelerle ifade etmeliyiz. Ayrıca, arabalar arasındaki mesafe $X = \{x|0 \leq x \leq 40\}m$, arabaların hızı $Y = \{y|0 \leq y \leq 100\}km/h$ ve ivme $Z = \{z| -20 \leq z \leq 20\}km/h^2$ kümeleri ile gösterilmek üzere, belirsizlik içeren durumları bulanık kümeler ile grafiği Şekil 2.1'de verilen üyelik fonksiyonları ile temsil edilsin. Burada X üzerinde A_1: "arabalar arasındaki mesafe kısa", A_2: "arabalar arasındaki mesafe uzun", Y üzerinde B_1: "hız yavaş", B_2: "hız hızlı" ve Z üzerinde C_1: "fren yap ve yavaşla", C_2: "hızı sabit tut", C_3: "gaza bas ve hızlan" bulanık kümeleri olsun.

Şimdi, çıkarım bağıntısı elde etmek için aşağıdaki kuralları verelim.



Şekil 2.1 Dilsel değişkenlerin bulanık sayı karşılıkları

Kural 1: IF "arabalar arasındaki mesafe kısa" AND "hız yavaş" THEN "hızı sabit tut"

Kural 2: IF "arabalar arasındaki mesafe kısa" AND "hız hızlı" THEN "fren yap ve yavaşla"

Kural 3: IF "arabalar arasındaki mesafe uzun" AND "hız yavaş" THEN "gaza bas ve hızlan"

Kural 4: IF "arabalar arasındaki mesafe uzun" AND "hız hızlı" THEN "hızı sabit tut"

Kabul edelim ki,

$A_1, A_2 \subseteq X = \{x_1 = 10m, x_2 = 20m, x_3 = 30m\}$,

$B_1, B_2 \subseteq Y = \{y_1 = 30km/s, y_2 = 50km/s, y_3 = 70km/s\}$,

$C_1, C_2, C_3 \subseteq Z = \{z_1 = -10(km/h^2), z_2 = 0(km/h^2), z_3 = 10(km/h^2)\}$ olmak üzere Şekil 2.1'e göre A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2 ve C_3'ü bulanık matris olarak

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}$$
$$B_1 = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix}$$
$$C_1 = \begin{pmatrix} 0.5 & 1.0 & 0.5 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$
$$C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

şeklinde yazalım.

Algoritma 2'yi kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_1$;

Kural 2: IF $\bar{x} \in A_1$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_2$;

Kural 3: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_1$ THEN $\bar{z} \in C_3$;

Kural 4: IF $\bar{x} \in A_2$ AND $\bar{y} \in B_2$ THEN $\bar{z} \in C_1$.

Adım 2: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_1 = \left(\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

R_1 elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_2 = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

R_2 elde edildi.

Sonuç Kural 3: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_3 = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \right)$$

R_3 elde edildi.

Sonuç Kural 4: $\forall(x_i \times y_j \times z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$R_4 = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \right)$$

R_4 elde edildi.

Adım 3: R_1, R_2, R_3 ve R_4, bağıntıları aşağıdaki gibi birleştirildi ve

$$R = \left(\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \right)$$

R çıkarım bağıntısı elde edildi.

Algoritma 8'i kullanarak,

Adım 1: Kabul edelim ki, arabalar arası mesafe $10\,\text{m}$ ve hız $30\,\text{km/h}$ olsun.

Adım 2: Resim 2.1'den A bulanık matrisi

$$A = \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ve B bulanık matrisi,

$$B = \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

olmak üzere;

$$\begin{aligned} C = B\tilde{\circ}(A\tilde{\circ}R) = \;& B\tilde{\circ}\begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\tilde{\circ} \\ & \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 1.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1.0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \\ = \;& \begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\tilde{\circ}\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \\ = \;& \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

çıkarım bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $z = \frac{0\times z_1 + 1.0\times z_2 + 0\times z_3}{0+1.0+0} = \frac{0\times(-10)+1.0\times 0+0\times 10}{0+1.0+0} = 0$ ile durulaştırırsak bu sonuç $10m$ mesafe ve $30km/h$ hız için "mevcut hızı koru" olarak yorumlanabilir.

2.3 Nötrosofik Kümeler

Tanım 2.3.1. (Wang ve ark., 2010) E bir evrensel küme olsun. E üzerinde bir $\bar{A}$ nötrosofik kümesi $T : E \longrightarrow [0,1]$ üyelik fonksiyonu, $I : E \longrightarrow [0,1]$ kararsızlık fonksiyonu, $F : E \longrightarrow [0,1]$ üyelik olmama fonksiyonu olmak üzere,

$$\bar{A} = \{< x, T_{\bar{A}}(x), I_{\bar{A}}(x), F_{\bar{A}}(x) >: x \in E\}$$

şeklinde tanımlanır.

Burada $T_{\bar{A}}, I_{\bar{A}}, F_{\bar{A}}$ fonksiyonları bağımsız ve $0 \leq T_{\bar{A}}(x) + I_{\bar{A}}(x) + F_{\bar{A}}(x) \leq 3$ şeklindedir.

Tanım 2.3.2. (Wang ve ark., 2010; Peng ve ark. 2014) X evrensel küme ve $\bar{A} = \{< x, T_{\bar{A}}(x), I_{\bar{A}}(x), F_{\bar{A}}(x) >: x \in X\}$ ve $\bar{B} = \{< x, T_{\bar{B}}(x), I_{\bar{B}}(x), F_{\bar{B}}(x) >: x \in X\}$ iki nötrosofik küme olmak üzere $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümeleri için küme işlemleri;

1. $\bar{A}\hat{\cup}\bar{B} = \{< x, \max\{T_{\bar{A}(x)}, T_{\bar{B}}(x)\}, \max\{I_{\bar{A}}(x), I_{\bar{B}}(x)\}, \min\{F_{\bar{A}}(x), F_{\bar{B}}(x)\} >: x \in X\}$

2. $\bar{A}\hat{\cap}\bar{B} = \{< x, \min\{T_{\bar{A}}(x), T_{\bar{B}}(x)\}, \min\{I_{\bar{A}}(x), I_{\bar{B}}(x)\}, \max\{F_{\bar{A}}(x), F_{\bar{B}}(x)\} >: x \in X\}$

3. $\bar{A}^{\hat{c}} = \{< x, F_{\bar{A}}(x), 1 - I_{\bar{A}}(x), T_{\bar{A}(x)} >: x \in X\}$

4. $\bar{A}\hat{+}\bar{B} = \{< x, T_{\bar{A}}(x) + T_{\bar{B}}(x) - T_{\bar{A}}(x) \cdot T_{\bar{B}}(x), I_{\bar{A}}(x) \cdot I_{\bar{B}}(x), F_{\bar{A}}(x) \cdot F_{\bar{A}}(x) >: x \in X\}$

5. $\bar{A}\hat{\cdot}\bar{B} = \{< x, T_{\bar{A}}(x) \cdot T_{\bar{B}}(x), I_{\bar{A}}(x) + I_{\bar{B}}(x) - I_{\bar{A}}(x) \cdot I_{\bar{B}}(x), F_{\bar{A}}(x) + F_{\bar{B}}(x) - F_{\bar{A}}(x) \cdot F_{\bar{B}}(x) >: x \in X\}$

6. $\bar{A}^{\lambda} = \{< x, T_{\bar{A}^{\lambda}}(x), 1 - (1 - I_{\bar{A}}(x))^{\lambda}, 1 - (1 - F_{\bar{A}}(x))^{\lambda} >: x \in X\}$

7. $\lambda \cdot \bar{A} = \{< x, 1 - (1 - T_{\bar{A}}(x))^{\lambda}, I_{\bar{A}^{\lambda}}(x), F_{\bar{A}^{\lambda}}(x) >: x \in X\}$

8. $\bar{A}\hat{\subseteq}\bar{B} \Leftrightarrow \{< x, T_{\bar{A}}(x) \leq T_{\bar{B}}(x), I_{\bar{A}}(x) \leq I_{\bar{B}}(x), F_{\bar{A}}(x) \geq F_{\bar{B}}(x) >: x \in X\}$

9. $\bar{A} = \bar{B} \Leftrightarrow \{\bar{A}\hat{\subseteq}\bar{B}, \bar{B}\hat{\subseteq}\bar{A}\}$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.3. (Subaş, 2015) $i = 1,2,3$ için $a_i \leq b_i \leq c_i \leq d_i$ olmak üzere $a_i, b_i, c_i, d_i \in [0,1]$ ve $\mu_{\tilde{\bar{A}}} : \bar{R} \to [0, \omega_{\tilde{\bar{A}}}]$ doğruluk fonksiyonu, $\nu_{\tilde{\bar{A}}} : \bar{R} \to [\mu_{\tilde{\bar{A}}}, 1]$ kararsızlık fonksiyonu ve

$\lambda_{\tilde{\tilde{A}}} : \bar{R} \rightarrow [\gamma_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Daha sonra,$\bar{R}$ üzerinde tanımlı özel bir tek değerli nötrosofik küme olan tek değerli nötrosofik sayı (TDN-sayı)

$$\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} f_{\mu l}(x), & a_1 \leq x < b_1 \\ w_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_1 \leq x < c_1 \\ f_{\mu r}(x), & c_1 \leq x < d_1 \\ 0, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} f_{\nu l}(x), & a_2 \leq x < b_2 \\ u_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_2 \leq x < c_2 \\ f_{\nu r}(x), & c_2 \leq x < d_2 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} f_{\lambda l}(x), & a_3 \leq x < b_3 \\ y_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_3 \leq x < c_3 \\ f_{\lambda r}(x), & c_3 \leq x < d_3 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile

$$\tilde{\tilde{A}} =< (a_1, b_1, c_1, d_1; w_{\tilde{\tilde{A}}}), (a_2, b_2, c_2, d_2; u_{\tilde{\tilde{A}}}), (a_3, b_3, c_3, d_3; y_{\tilde{\tilde{A}}}) >$$

şeklinde tanımlanır.

Burada verilen fonksiyonlarda $f_{\mu l}(a_1) = 0$,$f_{\mu l}(b_1) = w_{\tilde{\tilde{A}}}$,$f_{\nu r}(a_1) = u_{\tilde{\tilde{A}}}$,$f_{\nu r}(d_2) = 1$, $f_{\lambda r}(c_3) = y_{\tilde{\tilde{A}}}$ ve $f_{\lambda r}(d_3) = 1$ olacak şekilde $f_{\mu l} : [a_1, b_1] \rightarrow [0, w_{\tilde{\tilde{A}}}]$, $f_{\nu r} : [c_2, d_2] \rightarrow [u_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$,$f_{\lambda r} : [c_3, d_3] \rightarrow [y_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$ fonksiyonları sürekli ve azalmayandır.

Benzer şekilde $f_{\mu r}(c_1) = w_{\tilde{\tilde{A}}}, f_{\mu r}(d_1) = 0, f_{\nu l}(a_2) = 1, f_{\nu l}(b_2) = u_{\tilde{\tilde{A}}}, f_{\lambda l}(a_3) = 1$ ve $f_{\lambda l}(b_3) = y_{\tilde{\tilde{A}}}$ olacak şekilde $f_{\mu r} : [c_1, d_1] \to [0, w_{\tilde{\tilde{A}}}], f_{\nu r} : [a_2, b_2] \to [u_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$, $f_{\lambda l} : [a_3, b_3] \to [y_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$ fonksiyonları sürekli ve artmayan fonksiyondur. Ayrıca $w_{\tilde{\tilde{a}}}, u_{\tilde{\tilde{a}}}, y_{\tilde{\tilde{a}}}$ sayılarına sırasıyla maksimum doğruluk derecesi,minimum kararsızlık derecesi ve minimum yanlışlık derecesi denir.

Tanım 2.3.4. (Subaş, 2015) $a_1 \leq b_1 \leq c_1 \leq d_1$ olacak şekilde $a_1, b_1, c_1, d_1 \in [0,1]$ ve $\mu_{\tilde{\tilde{A}}} : R \to [0, w_{\tilde{\tilde{A}}}]$ doğruluk fonksiyonu, $\nu_{\tilde{\tilde{A}}} : R \to [u_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$ karasızlık fonksiyonu ve $\lambda_{\tilde{\tilde{A}}} : R \to [y_{\tilde{\tilde{A}}}, 1]$ yanlışlık fonksiyonu olsun. Daha sonra, R üzerinde tanımlı özel bir tek değerli nötrosofik sayı olan tek değerli yamuksal nötrosofik sayı (TDYN-sayı)

$$\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} (x-a_1)w_{\tilde{\tilde{A}}}/(b_1-a_1), & a_1 \leq x \leq b_1 \\ w_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_1 \leq x \leq c_1 \\ (d_1-x)w_{\tilde{\tilde{A}}}/(d_1-c_1), & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 0, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} b_1 - x + u_{\tilde{\tilde{A}}}(x-a_1), & a_1 \leq x \leq b_1 \\ u_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_1 \leq x \leq c_1 \\ x - c_1 + u_{\tilde{\tilde{A}}}(d_1-x), & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

$$\lambda_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} b_1 - x + \lambda_{\tilde{\tilde{A}}}(x-a_1), & a_1 \leq x \leq b_1 \\ y_{\tilde{\tilde{A}}}, & b_1 \leq x \leq c_1 \\ x - c_1 + \lambda_{\tilde{\tilde{A}}}(d_1-x), & c_1 \leq x \leq d_1 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

üyelik fonksiyonları ile $\tilde{\tilde{A}} =< (a_1, b_1, c_1, d_1); w_{\tilde{\tilde{A}}}, u_{\tilde{\tilde{A}}}, y_{\tilde{\tilde{A}}} >$ şeklinde tanımlanır.

Örnek 2.3.1. $\tilde{\tilde{A}} =< (1,2,6,7); 0.6, 0.6, 0.4 >$ ile verilen TDYN-sayının doğruluk fonksiyonu, kararsızlık fonksiyonu ve yanlışlık fonksiyonu sırasıyla;

$$\mu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} 0.6(x_1), & 1 \leq x < 2 \\ 0.6, & 2 \leq x \leq 6 \\ 0.6(6-x), & 6 < x \leq 7 \\ 0, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

$$\nu_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} 1.5 - 0.5x, & 1 \leq x < 2 \\ 0.6, & 2 \leq x \leq 6 \\ 0.5x - 1.5x, & 6 < x \leq 7 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

ve

$$\lambda_{\tilde{\tilde{A}}}(x) = \begin{cases} 1.7 - 0.7x, & 1 \leq x < 2 \\ 0.4, & 2 \leq x \leq 6 \\ 0.7x - 3.1, & 6 < x \leq 7 \\ 1, & \text{aksi durumlarda} \end{cases}$$

şeklindedir.

Tanım 2.3.5. (Chaw ve ark., 2020) $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ boş olmayan iki küme olmak üzere sırasıyla X ve Y üzerinde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ iki nötrosofik kümeleri verilsin. Daha sonra $\bar{A} \hat{\times} \bar{B}$ ile gösterilen $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümelerinin kartezyen çarpımı,

$$\begin{aligned} \bar{A} \hat{\times} \bar{B} = & \{< (x_i, y_j), T_{\bar{A} \hat{\times} \bar{B}}(x_i, y_j), I_{\bar{A} \hat{\times} \bar{B}}(x_i, y_j), F_{\bar{A} \hat{\times} \bar{B}}(x_i, y_j) >: \forall (x_i, y_j) \in X \times Y\} \\ = & < T_{\bar{A}}(x_i) \wedge T_{\bar{B}}(y_j), I_{\bar{A}}(x_i) \vee I_{\bar{B}}(y_j), F_{\bar{A}}(x_i) \vee F_{\bar{B}}(y_j) > \end{aligned}$$

şeklinde tanımlanır.

Tanım 2.3.6. (Porchelvi ve Jayapriya, 2019) $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ boş olmayan iki küme olmak üzere sırasıyla X ve Y üzerinde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ iki nötrosofik kümeleri verilsin. $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nin kartezyen çarpımı $\bar{A}\hat{\times}\bar{B}$ ile gösterilir ve

$$\bar{A}\hat{\times}\bar{B} = \{< (x_i, y_j), T_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), I_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), F_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j) >: \forall(x_i, y_j) \in X \times Y\}$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

$\bar{A}\hat{\times}\bar{B}$' nin matris olarak gösterimi;

$$\bar{\bar{a_{ij}}} =< T_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), I_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), F_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j) >$$

olmak üzere $[\bar{\bar{a_{ij}}}]_{m\times n}$ ile gösterilir.

Tanım 2.3.7. (Bhaumik ve Roy, 2021) $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ boş olmayan iki küme olmak üzere sırasıyla X ve Y üzerinde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ iki nötrosofik kümeleri verilsin. $\bar{A}\hat{\times}\bar{B}$ nin herhangi bir $\bar{R}$ ile gösterilen nötrosofik alt kümesine $\bar{A}\hat{\times}\bar{B}$ de bir nötrosofik bağıntı denir ve

$$\bar{R} = \{< (x_i, y_j), T_{\bar{R}}(x_i, y_j), I_{\bar{R}}(x_i, y_j), F_{\bar{R}}(x_i, y_j) >: \forall(x_i, y_j) \in X \times Y\}$$

$$=< T_{\bar{R}}(x_i, y_j) \leq T_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), I_{\bar{R}}(x_i, y_j) \geq I_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j), F_{\bar{R}}(x_i, y_j) \geq F_{\bar{A}\hat{\times}\bar{B}}(x_i, y_j) >$$

üyelik fonksiyonu ile verilir.

$\bar{R}$'nin matris gösterimi;

$$\bar{\bar{a}}_{ij} = < T_{\bar{R}}(x_i, y_j), I_{\bar{R}}(x_i, y_j), F_{\bar{R}}(x_i, y_j) >$$

olmak üzere $\bar{R}$ nötrosofik bağıntısı, nötrosofik matris olarak $[\bar{\bar{a}}_{ij}]_{m\times n}$ ile ifade edilir.

Ayrıca $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_r\}$ için $X \times Y \times Z$ üzerindeki $\bar{R}$ nötrosofik bağıntıyı $\bar{\bar{a}}_{ijk} =< T_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k) >$ olmak

üzere,

$$\bar{R} = \left(\begin{pmatrix} \bar{\bar{a}}_{111} & \bar{\bar{a}}_{121} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{1n1} \\ \bar{\bar{a}}_{211} & \bar{\bar{a}}_{221} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{2n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{a}}_{m11} & \bar{\bar{a}}_{m21} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{mn1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\bar{a}}_{112} & \bar{\bar{a}}_{122} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{1n2} \\ \bar{\bar{a}}_{212} & \bar{\bar{a}}_{222} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{2n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{a}}_{m12} & \bar{\bar{a}}_{m22} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{mn2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\bar{a}}_{11r} & \bar{\bar{a}}_{12r} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{1nr} \\ \bar{\bar{a}}_{21r} & \bar{\bar{a}}_{22r} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{2nr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{a}}_{m1r} & \bar{\bar{a}}_{m2r} & \cdots & \bar{\bar{a}}_{mnr} \end{pmatrix} \right)_{m \times n \times r}$$

şeklinde göstereceğiz.

Tanım 2.3.8. (Salama ve ark., 2014) $X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ boştan farklı iki küme olmak üzere X ve Y kümeleri üzerinde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümeleri tanımlı olsun. $\bar{R}, \bar{S} \subseteq \bar{A} \hat{\times} \bar{B}$ olacak şekilde $\bar{R}$ ve $\bar{S}$ nötrosofik bağıntıları için

1. $\bar{R}$, $\bar{S}$'nin nötrosofik alt kümesi olması $\bar{R}\hat{\subseteq}\bar{S}$ ile gösterilir ve

$$\bar{R}\hat{\subseteq}\bar{S} \Leftrightarrow \{< (x_i,y_j), T_{\bar{R}}(x_i,y_j) \leq T_{\bar{S}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j) \geq I_{\bar{S}}(x_i,y_j),$$
$$F_{\bar{R}}(x_i,y_j) \geq F_{\bar{S}}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}$$

şeklinde tanımlanır.

2. $\bar{R}$ ve $\bar{S}$'nin $\bar{R}\hat{\cup}\bar{S}$ ile gösterilen birleşimi

$$\bar{R}\hat{\cup}\bar{S} \Leftrightarrow \{< (x_i,y_j), T_{\bar{R}}(x_i,y_j) \vee T_{\bar{S}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j) \wedge I_{\bar{S}}(x_i,y_j),$$
$$F_{\bar{R}}(x_i,y_j) \wedge F_{\bar{S}}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}$$

şeklinde tanımlanır.

3. $\bar{R}$ ve $\bar{S}$'nin $\bar{R}\hat{\cap}\bar{S}$ ile gösterilen kesişimi

$$\bar{R}\hat{\cap}\bar{S} \Leftrightarrow \{< (x_i,y_j), T_{\bar{R}}(x_i,y_j) \wedge T_{\bar{S}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j) \vee I_{\bar{S}}(x_i,y_j),$$
$$F_{\bar{R}}(x_i,y_j) \vee F_{\bar{S}}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}$$

şeklinde tanımlanır.

4. $\bar{R}$ nötrosofik bağıntının tümleyeni $\bar{R}^{\hat{c}}$ ile gösterilir ve

$$\bar{R}^{\hat{c}} = \quad \{< (x_i,y_j), F_{\bar{R}}(x_i,y_j), I^{\hat{c}}_{\bar{R}}(x_i,y_j), T_{\bar{R}}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 2.3.1. (Salama ve ark., 2014) $X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ boştan farklı iki küme olmak üzere X ve Y kümeleri üzerinde $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümeleri tanımlı olsun. $\bar{R}, \bar{S}, \bar{Q} \subseteq \bar{A}\hat{\times}\bar{B}$ olacak şekilde $\bar{R}$, $\bar{S}$ ve $\bar{Q}$ nötrosofik bağıntıları için,

1. $\bar{R}\hat{\subseteq}\bar{S} \Rightarrow \bar{R}^{-1}\hat{\subseteq}\bar{S}^{-1}$

2. $(\bar{R}\hat{\cup}\bar{S})^{-1} = \bar{R}^{-1}\hat{\cup}\bar{S}^{-1}$

3. $(\bar{R}\hat{\cap}\bar{S})^{-1} = \bar{R}^{-1}\hat{\cap}\bar{S}^{-1}$

4. $(\bar{R}^{-1})^{-1} = \bar{R}$

5. $\bar{R}\hat{\cap}(\bar{S}\hat{\cup}\bar{Q}) = (\bar{R}\hat{\cap}\bar{S})\hat{\cup}(\bar{R}\hat{\cap}\bar{Q})$,

   $\bar{R}\hat{\cup}(\bar{S}\hat{\cap}\bar{Q}) = (\bar{R}\hat{\cup}\bar{S})\hat{\cap}(\bar{R}\hat{\cup}\bar{Q})$

6. Eğer $\bar{S}\hat{\subseteq}\bar{R}$ ve $\bar{Q}\hat{\subseteq}\bar{R}$ ise $\bar{S}\vee\bar{Q}\hat{\subseteq}\bar{R}$

7. Eğer $\bar{R}\hat{\subseteq}\bar{S}$ ve $\bar{R}\hat{\subseteq}\bar{Q}$ ise $\bar{R} \leq \bar{S}\hat{\cap}\bar{Q}$

özellikleri sağlanmaktadır.

Tanım 2.3.9. (Salama ve ark., 2014) $X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ üç klasik küme üzerinde sırasıyla $\bar{R}_1$, $X \times Y$ üzerinde ve $\bar{R}_2$, $Y \times Z$ üzerinde tanımlı olmak üzere $\bar{R}_1$ ve $\bar{R}_2$ iki nötrosofik bağıntı olsun. $\bar{R}_1$ ve $\bar{R}_2$' nin bileşkesi $\bar{R}_1\hat{\circ}\bar{R}_2$ ile gösterilir ve

$$\begin{aligned}
\bar{R}_1\hat{\circ}\bar{R}_2 = \; & \{< (x_i,z_k), T_{\bar{R}_1\hat{\circ}\bar{R}_2}(x_i,z_k), I_{\bar{R}_1\hat{\circ}\bar{R}_2}(x_i,z_k), F_{\bar{R}_1\hat{\circ}\bar{R}_2}(x_i,z_k) >: \forall(x_i,z_k) \in X \times Z\} \\
= \; & \{< (x_i,z_k), s_{y_j \in Y}\{t\{T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), T_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\}, t_{y_j \in Y}\{s\{I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\}, \\
& t_{y_j \in Y}\{s\{F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\} >: (x_i,y_j) \in X \times Y, (y_j,z_k) \in Y \times Z, \\
& (x_i,z_k) \in X \times Z\}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Burada s ve t sırasıyla s-norm ve t-norm işlemçisidir. s-norm yerine maximum ve t-norm yerine minumum işlemçisi kullanırsak

$$
\begin{aligned}
\bar{R}_1 \hat{o} \bar{R}_2 = \quad & \{< (x_i,z_k), T_{\bar{R}_1 \hat{o} \bar{R}_2}(x_i,z_k), I_{\bar{R}_1 \hat{o} \bar{R}_2}(x_i,z_k), F_{\bar{R}_1 \hat{o} \bar{R}_2}(x_i,z_k) > (x_i,z_k) \in X \times Z\} \\
= \quad & \{< (x_i,z_k), \max_{y_j \in Y}\{\min\{T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), T_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\}, \\
& \min_{y_j \in Y}\{\max\{I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\}, \min_{y_j \in Y}\{\max\{F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(y_j,z_k)\}\} > \\
& : (x_i,y_j) \in X \times Y, (y_j,z_k) \in Y \times Z, (x_i,z_k) \in X \times Z\}
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

elde edilir.

Eşitlik 2.1'e bağlı olarak nötrosofik küme ve nötrosofik bağıntının bileşke işlemini aşağıdaki gibi verebiliriz.

$\bar{A}$, X üzerinde bir nötrosofik küme ve $\bar{R}_1$, $X \times Y$ üzerinde bir nötrosofik bağıntı olmak üzere $\bar{A}$ ve $\bar{R}_1$' nin bileşkesi $\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1$ olmak üzere;

$$
\begin{aligned}
\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1 = \quad & \{< (x_i,y_j), T_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\} \\
= \quad & \{< (x_i,y_j), s_{x_i \in X}\{t\{T_{\bar{A}}(x_i), T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}, t_{x_i \in X}\{s\{I_{\bar{A}}(x_i), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}, \\
& t_{x_i \in X}\{s\{F_{\bar{A}}(x_i), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}\} >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}
\end{aligned} \tag{2.3}
$$

Burada s ve t sırasıyla s-norm ve t-norm işlemçisidir. s-norm yerine maximum ve t-norm yerine minumum işlemçisi kullanırsak

$$
\begin{aligned}
\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1 = \quad & \{< (x_i,y_j), T_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{A} \hat{o} \bar{R}_1}(x_i,y_j) >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\} \\
= \quad & \{< (x_i,y_j), \max_{x_i \in X}\{\min\{T_{\bar{A}}(x_i), T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}\}, \min_{x_i \in X}\{\max\{I_{\bar{A}}(x_i), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}\}, \\
& \min_{x_i \in X}\{\max\{F_{\bar{A}}(x_i), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\}\} >: \forall (x_i,y_j) \in X \times Y\}
\end{aligned} \tag{2.4}
$$

elde edilir.

Yorum 2.3.1. Tanım 2.3.9'da verilen bileşke işlemini kolay bir şekilde yapabilmek için nötrosofik kümelerde matrislerin çarpımını kullanabiliriz.Örnek olarak aşağıda verilen 3×3 tipinde $\bar{K}$ ve $\bar{L}$ iki matrisi için matrislerin çarpımı aşağıdaki gibidir.

$$\bar{K} = \begin{pmatrix} < a_{11}, b_{11}, c_{11} > & < a_{12}, b_{12}, c_{12} > & < a_{13}, b_{13}, c_{13} > \\ < a_{21}, b_{21}, c_{21} > & < a_{22}, b_{22}, c_{22} > & < a_{23}, b_{23}, c_{23} > \\ < a_{31}, b_{31}, c_{31} > & < a_{32}, b_{32}, c_{32} > & < a_{33}, b_{33}, c_{33} > \end{pmatrix}$$

ve

$$\bar{L} = \begin{pmatrix} < d_{11}, e_{11}, f_{11} > & < d_{12}, e_{12}, f_{12} > & < d_{13}, e_{13}, f_{13} > \\ < d_{21}, e_{21}, f_{21} > & < d_{22}, e_{22}, f_{22} > & < d_{23}, e_{23}, f_{23} > \\ < d_{31}, e_{31}, f_{31} > & < d_{32}, e_{32}, f_{32} > & < d_{33}, e_{33}, f_{33} > \end{pmatrix}$$

ise

$$\bar{K} \hat{\cdot} \bar{L} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix}$$

için,

$$k_{11} =< ((a_{11} \wedge d_{11}) \vee (a_{12} \wedge d_{21}) \vee (a_{13} \wedge d_{31})), ((b_{11} \vee e_{11}) \wedge (b_{12} \vee e_{21}) \wedge (b_{13} \vee e_{31})),$$
$$((c_{11} \vee f_{11}) \wedge (c_{12} \vee f_{21}) \wedge (c_{13} \vee f_{31})) >$$

şeklinde hesaplanır. k_{12},k_{21} ve k_{22} benzer şekilde bulunur.

Verilen işlemlerde $\wedge$ (min) ve $\vee$ (max) işlemleriyle düzenlenir. Eğer matris çarpımındaki

çarpma (min) işlemiyle, toplama da (max) işlemiyle yer değiştirecek olursa birleşim işlemi elde edilir.Verilen 3×3 tipindeki $\bar{K}$ ve $\bar{L}$ nötrosofik matrisleri için matris çarpımı,

$$k_{11} =< \max\{\{\min\{a_{11}, d_{11}\}, \{\min\{a_{12}, d_{21}\}, \{\min\{a_{13}, d_{31}\}\},$$

$$\min\{\{\max\{b_{11}, e_{11}\}, \{\max\{b_{12}, e_{21}\}, \{\max\{b_{13}, e_{31}\}\},$$

$$\min\{\{\max\{c_{11}, f_{11}\}, \{\max\{c_{12}, f_{21}\}, \{\max\{c_{13}, f_{31}\}\} >$$

şeklinde hesaplanır.

Örnek 2.3.2. (Salama, 2014) $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$ üç boş olmayan klasik küme ve X, Y ve Z kümeleri üzerinde

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} <0.3, 0.7, 0.2> & <0.9, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B} = \begin{pmatrix} <0.2, 0.7, 1.0> & <0.4, 0.3, 0.7> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{C} = \begin{pmatrix} <0.1, 0.2, 0.4> & <0.1, 0.9, 0.2> & <0.4, 0.3, 0.7> \end{pmatrix}$$

sırasıyla $\bar{A}$,$\bar{B}$ ve $\bar{C}$ üç nötrosofik kümeleri tanımlı olsun. $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümelerinin $\bar{A}\hat{\times}\bar{B}$ ile gösterilen kartezyen çarpımı ve $\bar{B}$ ve $\bar{C}$ nötrosofik kümelerinin $\bar{B}\hat{\times}\bar{C}$ ile gösterilen kartezyen çarpımı sırasıyla

$$\bar{A}\hat{\times}\bar{B} = \begin{pmatrix} <0.2, 0.7, 1.0> & <0.3, 0.7, 0.7> & <0, 1.0, 1.0> \\ <0.2, 1.0, 1.0> & <0.4, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \\ <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$

ve

$$\bar{B}\hat{\times}\bar{C} = \begin{pmatrix} <0.1, 0.7, 1.0> & <0.1, 0.9, 1.0> & <0.2, 0.7, 1.0> \\ <0.1, 0.3, 0.7> & <0.1, 0.9, 0.7> & <0.4, 0.3, 0.7> \\ <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$

olsun. $\bar{R}_1 \hat{\subseteq} \bar{A} \hat{\times} \bar{B}$ ve $\bar{R}_2 \hat{\subseteq} \bar{B} \hat{\times} \bar{C}$ olmak üzere $\bar{R}_1$ ve $\bar{R}_2$ nötrosofik bağıntıları;

$$\bar{R}_1 = \begin{pmatrix} <0.4,0.5,0.6> & <0.6,0.5,0.5> & <0.2,0.7,0.5> \\ <0.3,0.9,0.8> & <0.5,0.3,0> & <0.1,0.8,0.1> \\ <0.1,0.8,0.3> & <0.1,0.8,0.7> & <0.3,0.2,0.1> \end{pmatrix}$$

ve

$$\bar{R}_2 = \begin{pmatrix} <0.2,0.6,0.9> & <0.5,0.5,0.5> & <0.3,0.1,0> \\ <0.3,0.1,0> & <0.3,0.4,0.2> & <0.5,0.2,0.6> \\ <0.9,0.1,0.1> & <0.1,0.9,0.9> & <0.1,0.9,0.8> \end{pmatrix}$$

olsun. Şimdi Eşitlik 2.2'e göre

$$\bar{R}_1 \hat{\circ} \bar{R}_2 = \begin{pmatrix} <0.3,0.5,0.1> & <0.4,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.6> \\ <0.3,0.3,0> & <0.3,0.4,0.2> & <0.5,0.3,0.6> \\ <0.3,0.2,0.1> & <0.1,0.8,0.5> & <0.1,0.8,0.3> \end{pmatrix}$$

sonucu elde edilir.

$\bar{R}_1 \hat{\subseteq} \bar{A} \hat{\times} \bar{B}$ nötrosofik bağıntısını ve $\bar{A}$ nötrosofik kümesini ele alalım,

$$\bar{R}_1 = \begin{pmatrix} <0.4,0.5,0.6> & <0.6,0.5,0.5> & <0.2,0.7,0.5> \\ <0.3,0.9,0.8> & <0.5,0.3,0> & <0.1,0.8,0.1> \\ <0.1,0.8,0.3> & <0.1,0.8,0.7> & <0.3,0.2,0.1> \end{pmatrix}$$

ve

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} <0.3,0.7,0.2> & <0.9,1.0,1.0> & <0,1.0,1.0> \end{pmatrix}$$

için, Eşitlik 3.3.'e göre

$$\bar{A}\tilde{\circ}\bar{R}_1 = \begin{pmatrix} <0.3,0.7,0.2> & <0.9,1.0,1.0> & <0,1.0,1.0> \end{pmatrix} \tilde{\circ}$$
$$\begin{pmatrix} <0.4,0.5,0.6> & <0.6,0.5,0.5> & <0.2,0.7,0.5> \\ <0.3,0.9,0.8> & <0.5,0.3,0> & <0.1,0.8,0.1> \\ <0.1,0.8,0.3> & <0.1,0.8,0.7> & <0.3,0.2,0.1> \end{pmatrix}$$

'den

$$\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}_1 = \begin{pmatrix} <0.3,0.7,0.6> & <0.5,0.7,0.5> & <0.2,0.7,0.5> \end{pmatrix}$$

şeklinde elde edilir.

3.BULGULAR

3.1 Nötrosofik Çıkarım Bağıntıları

Bu bölümde bir girişli ve bir çıkışlı , iki girişli ve bir çıkışlı , n girişli ve bir çıkışlı ; bir girişli ve bir çıkışlı , iki girişli ve bir çıkışlı , n girişli ve bir çıkışlı cebirsel toplam ve cebirsel çarpıma'a bağlı çıkarım yöntemleri ile bir girişli ve bir çıkışlı , iki girişli ve bir çıkışlı , n girişli ve bir çıkışlı s norm ve t norm'a bağlı çıkarım mekanızmalarını vereceğiz.

Bu çalışma boyunca X klasik kümesi üzerinde tanımlı $\bar{A}$ nötrosofik kümesi için $\{< x, T_{\bar{A}}(x), I_{\bar{A}}(x), F_{\bar{A}}(x) : x \in \bar{A} >\}$ notasyonu yerine $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}$ notasyonunu kullanacağız.

3.1.1 Mamdani Metodu ile Bir Girişli Çıkarım Bağıntısı

Mamdani metodu ile bir girişli çıkarım bağıntısı $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir kavramdır. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}, Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}, Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri üzerinde $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subseteq X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subseteq Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subseteq Z$ üzerinde tanımlı nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 10

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kurallar ver.(Buradaki kural sayısı arttırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ THEN $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ THEN $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$

Adım 2: $\forall (x_i, y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j) >=$$

$$< T_{\bar{A}_1}(x_i) \wedge T_{\bar{B}_1}(y_j), I_{\bar{A}_1}(x_i) \vee I_{\bar{B}_1}(y_j), F_{\bar{A}_1}(x_i) \vee F_{\bar{B}_1}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >=$$
$$< T_{\bar{A}_2}(x_i) \wedge T_{\bar{B}_2}(y_j), I_{\bar{A}_2}(x_i) \vee I_{\bar{B}_2}(y_j), F_{\bar{A}_2}(x_i) \vee F_{\bar{B}_2}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall (x_i,y_j) \in X \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j), F_{\bar{R}}(x_i,y_j) >=$$
$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \vee T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \wedge I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \wedge F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

Örnek 3.1.1. $X = \{x_1,x_2,x_3\}$ ve $Y = \{y_1,y_2,y_3\}$ klasik kümeleri için, $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde ve $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde,

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} <0.2,0.5,1.0> & <1.0,0.3,0.2> & <0,1.0,1.0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{A}_2 = \begin{pmatrix} <0,1.0,1.0> & <0.6,0.1,0.5> & <0.8,0.4,0.5> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B}_1 = \begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.4> & <0.1,0.5,0.6> & <0.6,0.1,0.5> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B}_2 = \begin{pmatrix} <0.8,0.4,0.5> & <0.2,1.0,0.6> & <0.1,0.5,0.9> \end{pmatrix}$$

nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 10'u kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kurallar ver.(Buradaki kural sayısı arttırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$

Adım 2: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için

$$\bar{R}_1 = \begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <0.1, 0.5, 1.0> & <0.2, 0.5, 1.0> \\ <1.0, 0.5, 0.4> & <0.1, 0.5, 0.6> & <0.6, 0.3, 0.5> \\ <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}_1$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için

$$\bar{R}_2 = \begin{pmatrix} <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> & <0, 1.0, 1.0> \\ <0.6, 0.4, 0.5> & <0.2, 1.0, 0.6> & <0.1, 0.5, 0.9> \\ <0.8, 0.4, 0.5> & <0.2, 1.0, 0.6> & <0.1, 0.5, 0.9> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}_2$ bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları aşağıdaki gibi birleştirildi ve

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <0.1, 0.5, 1.0> & <0.2, 0.5, 1.0> \\ <1.0, 0.4, 0.4> & <0.2, 0.5, 0.6> & <0.6, 0.3, 0.5> \\ <0.8, 0.4, 0.5> & <0.2, 1.0, 0.6> & <0.1, 0.5, 0.9> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde edildi.

3.1.2 Mamdani Metodu ile İki Girişli Çıkarım Bağıntısı

Mamdani metodu ile iki girişli çıkarım bağıntısı $\max - \min$ yöntemine bağlı olan bir bağıntıdır. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri için, $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 11

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.(Buradaki kural sayısı arttırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$

Adım 2: $\forall (x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k) >=$$
$$< T_{\bar{A}_1}(x_i) \wedge T_{\bar{B}_1}(y_j) \wedge T_{\bar{C}_1}(z_k), I_{\bar{A}_1}(x_i) \vee I_{\bar{B}_1}(y_j) \vee I_{\bar{C}_1}(z_k), F_{\bar{A}_1}(x_i) \vee F_{\bar{B}_1}(y_j) \vee F_{\bar{C}_1}(z_k) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k) >=$$
$$< T_{\bar{A}_2}(x_i) \wedge T_{\bar{B}_2}(y_j) \wedge T_{\bar{C}_2}(z_k), I_{\bar{A}_2}(x_i) \vee I_{\bar{B}_2}(y_j) \vee I_{\bar{C}_2}(z_k), F_{\bar{A}_2}(x_i) \vee F_{\bar{B}_2}(y_j) \vee F_{\bar{C}_2}(z_k) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k), I_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k) >=< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k) \vee$$

$$T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k) \wedge I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k) \wedge F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

Örnek 3.1.2. $X = \{x_1,x_2,x_3\}$, $Y = \{y_1,y_2,y_3\}$, $Z = \{z_1,z_2,z_3\}$ üç boş olmayan klasik küme ve $\bar{A}_1,\bar{A}_2 \subseteq X$ üzerinde, $\bar{B}_1,\bar{B}_2 \subseteq Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1,\bar{C}_2 \subseteq Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde,

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} <0.2,0.7,0.1> & <0.1,0,0.9> & <0.3,0.1,0.9> \end{pmatrix}$$

$$\bar{A}_2 = \begin{pmatrix} <0.4,0.2,0.1> & <0.2,0.3,0.7> & <0.4,0.5,0.3> \end{pmatrix}$$

$$\bar{B}_1 = \begin{pmatrix} <0.4,0.4,0.3> & <0.3,0,5,0.4> & <0.2,0.7,0.1> \end{pmatrix}$$

$$\bar{B}_2 = \begin{pmatrix} <0,0.1,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_1 = \begin{pmatrix} <0.2,0,0.3> & <0,0,5,0.1> & <0,0.7,1.0> \end{pmatrix}$$

$$\bar{C}_2 = \begin{pmatrix} <1.0,0.2,0.1> & <0,0.7,0> & <1.0,0,0> \end{pmatrix}$$

nötrosofik kümeleri verilsin. Daha sonra,

Algoritma 11'i kullanarak:

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$

Adım 2: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için

$$\bar{R}_1=\left(\begin{pmatrix} <0.2,0.7,0.3> & <0.2,0.7,0.4> & <0.2,0.7,0.3> \\ <0.1,0.4,0.9> & <0.1,0.5,0.9> & <0.1,0.7,0.9> \\ <0.2,0.4,0.9> & <0.2,0.5,0.9> & <0.2,0.7,0.9> \end{pmatrix}\right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.7,0.3> & <0,0.7,0.4> & <0,0.7,0.1> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.9> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.9> \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{pmatrix} <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> \\ <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> \\ <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> \end{pmatrix}\right)$$

$\bar{R}_1$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için

$$\bar{R}_2=\left(\begin{pmatrix} <0,0.2,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.5> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.7> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.5,0.5> \end{pmatrix}\right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,0.5> \\ <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,0.7> \\ <0,0.7,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0,0.7,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0,0.2,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.5> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.3,0.7> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}_2$ bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını birleştirildi ve

$$\bar{R} = \left(\begin{pmatrix} <0.2,0.2,0.3> & <0.2,0.7,0.4> & <0.2,0.2,0.3> \\ <0.1,0.3,0.9> & <0.1,0.5,0.9> & <0.1,0.2,0.7> \\ <0.2,0.4,0.9> & <0.2,0.5,0.9> & <0.2,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.7,0.3> & <0,0.7,0.4> & <0,0.7,0.1> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.7> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0,0.2,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.5> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.3,0.7> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}$ çıkarım bağıntısı elde edildi.

3.1.3 Mamdani Metodu ile n Girişli Çıkarım Bağıntısı

Mamdani metodu ile n girişli çıkarım bağıntısı max − min yöntemine bağlı olan bir bağıntıdır. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X_1 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_1}\}, X_2 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_2}\}, ..., X_n = \{x_1, x_2, ..., x_{i_n}\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1^1, \bar{A}_2^1 \subset X_1$, $\bar{A}_1^2, \bar{A}_2^2 \subset X_2$,..., $\bar{A}_1^n, \bar{A}_2^n \subset X_n$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1^1, \bar{A}_2^1, \bar{A}_1^2, \bar{A}_2^2, ..., \bar{A}_1^n, \bar{A}_2^n, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 12

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}}^1 \in \bar{A}_1^1$ AND $\bar{\bar{x}}^2 \in \bar{A}_1^2$ AND $\cdots$ AND $\bar{\bar{x}}^n \in \bar{A}_1^n$ THEN $\bar{y_j} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}}^1 \in \bar{A}_2^1$ AND $\bar{\bar{x}}^2 \in \bar{A}_2^2$ AND $\cdots$ AND $\bar{\bar{x}}^n \in \bar{A}_2^n$ THEN $\bar{y_j} \in \bar{C}_1$

Adım 2: $\forall (x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j), I_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j), F_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_j) >$$

$$=< T_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}) \wedge T_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2}) \wedge ... \wedge T_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n}) \wedge T_{\bar{C}_1}(y_j), I_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}) \vee I_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2}) \vee ... \vee$$

$$I_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n}) \vee I_{\bar{C}_1}(y_j), F_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}) \vee F_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2}) \vee ... \vee F_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n}) \vee F_{\bar{C}_1}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), I_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), F_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) >$$
$$=< T_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}) \wedge T_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2}) \wedge ... \wedge T_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n}) \wedge T_{\bar{C}_2}(y_j), I_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}) \vee I_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2}) \vee ... \vee$$
$$I_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n}) \vee I_{\bar{C}_2}(y_j), F_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}) \vee F_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2}) \vee ... \vee F_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n}) \vee F_{\bar{C}_2}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},x_{i_n+1},y_j) \in (X_1,X_2,...,X_n) \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), I_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), F_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) >$$
$$=< T_{\bar{R}_1}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) \vee T_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), I_{\bar{R}_1}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) \wedge$$
$$I_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j), F_{\bar{R}_1}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) \wedge F_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_j) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

Burada kural sayısı n tane olursa $\forall(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},x_{i_n+1},y_j) \in (X_1,X_2,...,X_n) \times Y$ için,

$$< T_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k), I_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k), F_{\bar{R}}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) >$$
$$=< T_{\bar{R}_1}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) \vee T_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) \vee ... \vee T_{\bar{R}_n}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k),$$
$$I_{\bar{R}_1}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) \wedge I_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) \wedge ... \wedge I_{\bar{R}_n}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k),$$
$$F_{\bar{R}_2}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) \wedge ... \wedge F_{\bar{R}_n}(x_{i_1},x_{i_2},...,x_{i_n},y_k) >$$

ile birleştirme yapılır.

3.1.4 Zadeh Metodu ile Bir Girişli Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$ işlemine bağlı olan bir metoddur. Biz burada nötrosofik kümeler için genelleştirmek için $\hat{f}$ nin duali olan $\hat{g}(a,b) = 1 - \hat{f}(1-a, 1-b)$ fonksiyonunuda kullanacağız. $X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde ve $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 13

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver. (Buradaki kural sayısı artırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ THEN $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ THEN $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$

Adım 2: $\forall (x_i, y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall (x_i, y_j) \in X \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1 - \min\{1, 1-b+a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1 - \min\{1, 1-b+a\}$ ise,

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) >=$$
$$< \hat{f}(T_{\bar{A}_1}(x_i), T_{\bar{B}_1}(y_j)), \hat{g}(I_{\bar{A}_1}(x_i), I_{\bar{B}_1}(y_j)), \hat{h}(F_{\bar{A}_1}(x_i), F_{\bar{B}_1}(y_j)) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2: $\forall (x_i, y_j) \in X \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1 - \min\{1, 1-b+a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1 - \min\{1, 1-b+a\}$ ise,

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >\} =$$
$$< \hat{f}(T_{\bar{A}_2}(x_i), T_{\bar{B}_2}(y_j)), \hat{g}(I_{\bar{A}_2}(x_i), I_{\bar{B}_2}(y_j)), \hat{h}(F_{\bar{A}_2}(x_i), F_{\bar{B}_2}(y_j)) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i,y_j)\in X\times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j), F_{\bar{R}}(x_i,y_j) >=$$
$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\wedge T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\vee I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j)\vee F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

Örnek 3.1.3. Örnek 3.1.1'de verilen $\bar{A}_1$,$\bar{A}_2$,$\bar{B}_1$,$\bar{B}_2$ nötrosofik kümeleri için, Algoritma 13'ü kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}}\in\bar{A}_1$ THEN $\bar{\bar{y}}\in\bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}}\in\bar{A}_2$ THEN $\bar{\bar{y}}\in\bar{B}_2$

Adım 2: $\forall(x_i,y_j)\in X\times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i,y_j)\in X\times Y$ için

$$\bar{R}_1=\begin{pmatrix} <1.0,0,0> & <0.9,0,0> & <1.0,0,0> \\ <1.0,0.2,0.2> & <0.1,0.2,0.4> & <0.6,0,0.3> \\ <1.0,0,0> & <1.0,0,0> & <1.0,0,0> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}_1$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i,y_j)\in X\times Y$ için

$$\bar{R}_2 = \begin{pmatrix} <1.0,0,0> & <1.0,0,0> & <1.0,0,0> \\ <1.0,0.3,0> & <0.6,0.9,0.1> & <0.5,0.4,0.4> \\ <1.0,0,0> & <0.4,0.6,0.1> & <0.3,0.1,0.4> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}_2$ bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları aşağıdaki gibi birleşildi ve

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} <1.0,0,0> & <0.9,0,0> & <1.0,0,0> \\ <1.0,0.3,0.2> & <0.1,0.9,0.4> & <0.5,0.4,0.4> \\ <1.0,0,0> & <0.4,0.6,0.1> & <0.3,0.1,0.4> \end{pmatrix}$$

$\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde edildi.

3.1.5 Zadeh Metodu ile İki Girişli Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$ işlemine bağlı olan bir metoddur. Biz burada nötrosofik kümeler için genelleştirmek için $\hat{f}$ nin duali olan $\hat{g}(a,b) = 1 - \hat{f}(1-a, 1-b)$ fonksiyonunuda kullanacağız. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir. $X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 14

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$

Adım 2: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$, için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1-\min\{1, 1-b+a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1-\min\{1, 1-b+a\}$ ise,

$$\begin{aligned} \bar{W}_{T_1}(x_i, y_j) = & \quad \hat{f}_1(T_{\bar{A}_1}(x_i), T_{\bar{B}_1}(y_j)) \\ \bar{W}_{I_1}(x_i, y_j) = & \quad \hat{g}_1(I_{\bar{A}_1}(x_i), I_{\bar{B}_1}(y_j)) \\ \bar{W}_{F_1}(x_i, y_j) = & \quad \hat{h}_1(F_{\bar{A}_1}(x_i), F_{\bar{B}_1}(y_j)) \end{aligned}$$

olmak üzere $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k) >=$$
$$< \hat{f}_1(\bar{W}_{T_1}(x_i, y_j), T_{\bar{C}_1}(z_k)), \hat{g}_1(\bar{W}_{I_1}(x_i, y_j), I_{\bar{C}_1}(z_k)), \hat{h}_1(\bar{W}_{F_1}(x_i, y_j), F_{\bar{C}_1}(z_k)) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1-a+b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1-\min\{1, 1-b+a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1-\min\{1, 1-b+a\}$ ise,

$$\begin{aligned} \bar{W}_{T_2}(x_i, y_j) = & \quad \hat{f}_2(T_{\bar{A}_2}(x_i), T_{\bar{B}_2}(y_j)) \\ \bar{W}_{I_2}(x_i, y_j) = & \quad \hat{g}_2(I_{\bar{A}_2}(x_i), I_{\bar{B}_2}(y_j)) \\ \bar{W}_{F_2}(x_i, y_j) = & \quad \hat{h}_2(F_{\bar{A}_2}(x_i), F_{\bar{B}_2}(y_j)) \end{aligned}$$

olmak üzere $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k) >=$$
$$< \hat{f}_2(\bar{W}_{T_2}(x_i, y_j), T_{\bar{C}_2}(z_k)), \hat{g}_2(\bar{W}_{I_2}(x_i, y_j), I_{\bar{C}_2}(z_k)), \hat{h}_2(\bar{W}_{F_2}(x_i, y_j), F_{\bar{C}_2}(z_k)) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$<T_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k),I_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k),F_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k)>=<T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\wedge$$

$$T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k),I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\vee I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k),F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\vee F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k)>$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

Bu algoritmada Kural sayısı n tane olursa,

$$<T_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k),I_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k),F_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k)>=<T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\wedge$$

$$T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k)\wedge\ldots\wedge T_{\bar{R}_n}(x_i,y_j,z_k),I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\vee I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k)\vee$$

$$\ldots\vee I_{\bar{R}_n}(x_i,y_j,z_k),F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\vee F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k)\vee\ldots\vee F_{\bar{R}_n}(x_i,y_j,z_k)>$$

ile birleştirme yapılır.

Örnek 3.1.4. Örnek 3.1.2'te verilen, $\bar{A}_1$,$\bar{A}_2$,$\bar{B}_1$,$\bar{B}_2$,$\bar{C}_1$,$\bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri için, Algoritma 14'ü kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}}\in\bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}}\in\bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}}\in\bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}}\in\bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}}\in\bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}}\in\bar{C}_2$

Adım 2: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için

$$\bar{R}_1=\left(\begin{pmatrix} <0.2,0,0.1> & <0.2,0,0> & <0.2,0,0.3> \\ <0.2,0,0.3> & <0.2,0,0.3> & <0.2,0,0.3> \\ <0.2,0,0.3> & <0.2,0,0.3> & <0.3,0,0.3> \end{pmatrix}\right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.5,0> & <0,0.5,0> & <0,0.5,0.1> \\ <0,0.1,0.1> & <0,0,0.1> & <0,0,0.1> \\ <0,0.2,0.1> & <0,0.6,0.1> & <0.1,0,0.1> \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{pmatrix} <0,0.7,0.6> & <0,0.7,0.7> & <0,0.7,1.0> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.2,1.0> & <0,0,1.0> \\ <0,0.4,1.0> & <0,0.3,1.0> & <0.1,0,1.0> \end{pmatrix}\right)$$

$\bar{R}_1$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\bar{R}_2 = \left(\begin{pmatrix} <1.0,0,0.8> & <1.0,0.3,0.8> & <1.0,0,0.3> \\ <1.0,0,0.2> & <1.0,0.2,0.2> & <1.0,0,0> \\ <1.0,0,0.6> & <1.0,0.2,0.6> & <1.0,0,0.1> \end{pmatrix}\right.$$

$$\begin{pmatrix} <0.4,0,0.9> & <0.4,0,0.9> & <0.3,0,0.4> \\ <0.2,0,0.3> & <0.2,0,0.3> & <0,0,0> \\ <0.4,0,0.7> & <0.4,0,0.7> & <0.3,0,0.2> \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{pmatrix} <1.0,0,0.9> & <1.0,0.5,0.9> & <1.0,0,0.4> \\ <1.0,0,0.3> & <1.0,0.4,0.3> & <1.0,0,0> \\ <1.0,0,0.7> & <1.0,0.4,0.7> & <1.0,0,0.2> \end{pmatrix}\right)$$

$\bar{R}_2$ bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleşitildi ve

$$\bar{R} = \left(\begin{pmatrix} <0.2,0,0.8> & <0.2,0.3,0.8> & <0.2,0,0.3> \\ <0.2,0,0.3> & <0.2,0.2,0.3> & <0.2,0,0.3> \\ <0.2,0,0.6> & <0.2,0.2,0.6> & <0.3,0,0.3> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.4> \\ <0,0.1,0.3> & <0,0,0.3> & <0,0,0.1> \\ <0,0.2,0.7> & <0,0.6,0.7> & <0.1,0,0.2> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0,0.7,0.9> & <0,0.7,0.9> & <0,0.7,1.0> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.4,1.0> & <0,0,1.0> \\ <0,0.4,1.0> & <0,0.4,1.0> & <0.1,0,1.0> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}$ çıkarım bağıntısı elde edildi.

3.1.6 Zadeh metodu ile n Girişli Çıkarım Bağıntısı

(Tanaka, 1991)'de verilen $\hat{f}(a,b) = min\{1, 1-a+b\}$ işlemine bağlı olan bir metoddur. Biz burada nötrosofik kümeler için genelleştirmek için $\hat{f}$ nin duali olan $\hat{g}(a,b) = 1 - \hat{f}(1-a, 1-b)$ fonksiyonunuda kullanacağız. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir. $X_1 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_1}\}$, $X_2 = \{x_1, x_2, ..., x_{i_2}\}$, ..., $X_n = \{x_1, x_2, ..., x_{i_n}\}$ ve $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1^1, \bar{A}_2^1 \subset X_1$ üzerinde,

$\bar{A}_1^2, \bar{A}_2^2 \subset X_2$ üzerinde,..., $\bar{A}_1^n, \bar{A}_2^n \subset X_n$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1^1, \bar{A}_2^1, \bar{A}_1^2, \bar{A}_2^2, ..., \bar{A}_1^n, \bar{A}_2^n, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 15

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x^1}} \in \bar{A}_1^1$ AND $\bar{\bar{x^2}} \in \bar{A}_1^2$ AND $\cdots$ AND $\bar{\bar{x^n}} \in \bar{A}_1^n$ THEN $\bar{y_j} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x^1}} \in \bar{A}_2^1$ AND $\bar{\bar{x^2}} \in \bar{A}_2^2$ AND $\cdots$ AND $\bar{\bar{x^n}} \in \bar{A}_2^n$ THEN $\bar{y_j} \in \bar{C}_1$

Adım 2: $\forall (x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall (x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1 - a + b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1 - \min\{1, 1 - b + a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1 - \min\{1, 1 - b + a\}$ ise,

$$
\begin{aligned}
< T_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), I_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), F_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) >= \\
< \hat{f}(\hat{f}(...(\hat{f}(\hat{f}(T_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}), T_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2})), T_{\bar{A}_1^3}(x_{i_3})), ..., T_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n})), T_{\bar{C}_1}(y_k))), \\
\hat{g}(\hat{g}(...(\hat{g}(\hat{g}(I_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}), I_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2})), I_{\bar{A}_1^3}(x_{i_3})), ..., I_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n})), I_{\bar{C}_1}(y_k))), \\
\hat{h}(\hat{h}(...(\hat{h}(\hat{h}(F_{\bar{A}_1^1}(x_{i_1}), F_{\bar{A}_1^2}(x_{i_2})), F_{\bar{A}_1^3}(x_{i_3})), ..., F_{\bar{A}_1^n}(x_{i_n})), F_{\bar{C}_1}(y_k))) >
\end{aligned}
$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2: $\forall (x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \in X_1 \times X_2 \times ... \times X_n \times Y$ için $\hat{f}(a,b) = \min\{1, 1 - a + b\}$, $\hat{g}(a,b) = 1 - \min\{1, 1 - b + a\}$, $\hat{h}(a,b) = 1 - \min\{1, 1 - b + a\}$ ise,

$$
\begin{aligned}
< T_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), I_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), F_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) >= \\
< \hat{f}(\hat{f}(...(\hat{f}(\hat{f}(T_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}), T_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2})), T_{\bar{A}_2^3}(x_{i_3})), ..., T_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n})), T_{\bar{C}_1}(y_k))), \\
\hat{g}(\hat{g}(...(\hat{g}(\hat{g}(I_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}), I_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2})), I_{\bar{A}_2^3}(x_{i_3})), ..., I_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n})), I_{\bar{C}_1}(y_k))), \\
\hat{h}(\hat{h}(...(\hat{h}(\hat{h}(F_{\bar{A}_2^1}(x_{i_1}), F_{\bar{A}_2^2}(x_{i_2})), F_{\bar{A}_2^3}(x_{i_3})), ..., F_{\bar{A}_2^n}(x_{i_n})), F_{\bar{C}_1}(y_k))) >
\end{aligned}
$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, x_{i_n+1}, y_k) \in (X_1, X_2, ..., X_n) \times Y$ için, Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), I_{\bar{R}}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), F_{\bar{R}}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) >=$$

$$< T_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \wedge T_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), I_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \vee$$

$$I_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k), F_{\bar{R}_1}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) \vee F_{\bar{R}_2}(x_{i_1}, x_{i_2}, ..., x_{i_n}, y_k) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

3.1.7 s-norm ve t-norm ile Bir Girişli Çıkarım Bağıntısı

$t-norm$ ve $s-norm$ yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}, Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}, Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri üzerinde $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subseteq X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subseteq Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subseteq Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 16

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kurallar ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$

Adım 2: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j) >=$$

$$< t(T_{\bar{A}_1}(x_i), T_{\bar{B}_1}(y_j)), s(I_{\bar{A}_1}(x_i), I_{\bar{B}_1}(y_j)), s(F_{\bar{A}_1}(x_i), F_{\bar{B}_1}(y_j)) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >=$$
$$< t(T_{\bar{A}_2}(x_i), T_{\bar{B}_2}(y_j)), s(I_{\bar{A}_2}(x_i), I_{\bar{B}_2}(y_j)), s(F_{\bar{A}_2}(x_i), F_{\bar{B}_2}(y_j)) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i,y_j) \in X \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j), F_{\bar{R}}(x_i,y_j) >=$$
$$< s(T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j)), t(I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j)), t(F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j)) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

3.1.8 s-norm ve t-norm ile İki Girişli Çıkarım Bağıntısı

$s-$ norm ve $t-$ norm yöntemine bağlı olan bir metotdur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2$, $\bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 17

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$

Adım 2: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k) >=$$

$$< t((t(T_{\bar{A}_1}(x_i), T_{\bar{B}_1}(y_j)), T_{\bar{C}_1}(z_k))), s((s(I_{\bar{A}_1}(x_i), I_{\bar{B}_1}(y_j)), I_{\bar{C}_1}(z_k))),$$

$$s((s(F_{\bar{A}_1}(x_i), F_{\bar{B}_1}(y_j)), F_{\bar{C}_1}(z_k))) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k) >=$$

$$< t((t(T_{\bar{A}_2}(x_i), T_{\bar{B}_2}(y_j)), T_{\bar{C}_2}(z_k))), s((s(I_{\bar{A}_2}(x_i), I_{\bar{B}_2}(y_j)), I_{\bar{C}_2}(z_k))),$$

$$s((s(F_{\bar{A}_2}(x_i), F_{\bar{B}_2}(y_j)), F_{\bar{C}_2}(z_k))) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}}(x_i, y_j, z_k) >=$$

$$< s(T_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), T_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k)), t(I_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), I_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k)),$$

$$t(F_{\bar{R}_1}(x_i, y_j, z_k), F_{\bar{R}_2}(x_i, y_j, z_k)) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

3.1.9 Cebirsel Toplam ve Çarpım ile Bir Girişli Çıkarım Bağıntısı

Cebirsel toplam ve çarpım yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$,$Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$,$Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1,\bar{A}_2 \subseteq X$ üzerinde, $\bar{B}_1,\bar{B}_2 \subseteq Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1,\bar{C}_2 \subseteq Z$ zerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1,\bar{A}_2,\bar{B}_1,\bar{B}_2, \bar{C}_1,\bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 18

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kurallar ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2 THEN \bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$

Adım 2: $\forall(x_i, y_j) \in X \times Y$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1:

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) >=< T_{\bar{A}_1}(x_i)\cdot T_{\bar{B}_1}(y_j),$$

$$I_{\bar{A}_1}(x_i)+I_{\bar{B}_1}(y_j)-I_{\bar{A}_1}(x_i)\cdot I_{\bar{B}_1}(y_j), F_{\bar{A}_1}(x_i)+F_{\bar{B}_1}(y_j)-F_{\bar{A}_1}(x_i)\cdot F_{\bar{B}_1}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2:

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >=< T_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot T_{\bar{B}_2}(y_j),$$

$$I_{\bar{A}_2}(x_i)+I_{\bar{B}_2}(y_j)-I_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot I_{\bar{B}_2}(y_j), F_{\bar{A}_2}(x_i)+F_{\bar{B}_2}(y_j)-F_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot F_{\bar{B}_2}(y_j) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i,y_j) \in X \times Y$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j), I_{\bar{R}}(x_i,y_j), F_{\bar{R}}(x_i,y_j) >=< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) + T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) - T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \cdot$$

$$T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \cdot I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j) \cdot F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

3.1.10 Cebirsel Toplam ve Çarpım ile İki Girişli Çıkarım Bağıntısı

Cebirsel toplam ve çarpım yöntemine bağlı olan bir metoddur. Burada 2 kural için algoritmayı verdik. İstenilirse kural sayısı artırılıp azaltılabilir.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ ve $Z = \{z_1, z_2, ..., z_k\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde ve $\bar{C}_1, \bar{C}_2 \subset Z$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2, \bar{C}_1, \bar{C}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 19

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver.

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$

Adım 2: $\forall(x_i,y_j,z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla.

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i,y_j) \in X \times Y$ için

$$\bar{W}_{I_1}(x_i,y_j) = ((I_{\bar{A}_1}(x_i) + I_{\bar{B}_1}(y_j) - I_{\bar{A}_1}(x_i) \cdot I_{\bar{B}_1}(y_j))$$

$$\bar{W}_{F_1}(x_i,y_j) = ((F_{\bar{A}_1}(x_i) + F_{\bar{B}_1}(y_j) - F_{\bar{A}_1}(x_i) \cdot F_{\bar{B}_1}(y_j))$$

olmak üzere $\forall(x_i,y_j,z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k), I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k) >=$$

$$< T_{\bar{A}_1}(x_i)\cdot T_{\bar{B}_1}(y_j)\cdot T_{\bar{C}_1}(z_k), ((\bar{W}_{I_1}(x_i,y_j)+\bar{I}_{\bar{C}_1}(z_k))-(\bar{W}_{I_1}(x_i,y_j)\cdot$$

$$\bar{I}_{\bar{C}_1}(z_k))), ((\bar{W}_{F_1}(x_i,y_j)+\bar{F}_{\bar{C}_1}(z_k))-(\bar{W}_{F_1}(x_i,y_j)\cdot\bar{F}_{\bar{C}_1}(z_k))) >$$

ile $\bar{R}_1$ bağıntısını elde et.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i,y_j)\in X\times Y$ için

$$\bar{W}_{I_2}(x_i,y_j) = \quad ((I_{\bar{A}_2}(x_i)+I_{\bar{B}_2}(y_j)-I_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot I_{\bar{B}_2}(y_j))$$

$$\bar{W}_{F_2}(x_i,y_j) = \quad ((F_{\bar{A}_2}(x_i)+F_{\bar{B}_2}(y_j)-F_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot F_{\bar{B}_2}(y_j))$$

olmak üzere $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için

$$< T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k), I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k) >=$$

$$< T_{\bar{A}_2}(x_i)\cdot T_{\bar{B}_2}(y_j)\cdot T_{\bar{C}_2}(z_k), ((\bar{W}_{I_2}(x_i,y_j)+\bar{I}_{\bar{C}_2}(z_k))-(\bar{W}_{I_2}(x_i,y_j)\cdot\bar{I}_{\bar{C}_2}(z_k))),$$

$$((\bar{W}_{F_2}(x_i,y_j)+\bar{F}_{\bar{C}_2}(z_k))-(\bar{W}_{F_2}(x_i,y_j)\cdot\bar{F}_{\bar{C}_2}(z_k))) >$$

ile $\bar{R}_2$ bağıntısını elde et.

Adım 3: $\forall(x_i,y_j,z_k)\in X\times Y\times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçlarını aşağıdaki gibi birleştir ve

$$< T_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k), I_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}}(x_i,y_j,z_k) >=$$

$$< T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)+T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k)-T_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\cdot T_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k),$$

$$I_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\cdot I_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k), F_{\bar{R}_1}(x_i,y_j,z_k)\cdot F_{\bar{R}_2}(x_i,y_j,z_k) >$$

ile $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et.

3.1.11 Bileşke İşlemi Kullanarak Çıkarım Elde Etme

Nötrosofik bağıntı ve nötrosofik bileşke işlemini kullanarak tek girişli çıkarım elde etme yöntemini vereceğiz.

$X = \{x_1, x_2, ..., x_i\}$, $Y = \{y_1, y_2, ..., y_j\}$ klasik kümeleri için $\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subset X$ üzerinde, $\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subset Y$ üzerinde tanımlı olacak şekilde $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \bar{B}_1, \bar{B}_2$ nötrosofik kümeleri verilsin.

Algoritma 20

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 10 veya Algoritma 13'ü kullanarak $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et;

Adım 2: Verilen bir durumunu $\bar{A}$ nötrosofik matrisi olarak alıp $\bar{B} = \bar{A}\hat{\circ}\bar{R}$ şeklinde çıkarım elde et;

Adım 3: Hanafy ve ark., (2013) ve Deli ve Öztürk (2020)'ın nötrosofik kümelerin merkezi tanımlarına göre

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i T_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i) - \sum_{i=1}^{n} y_i I_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i) + \sum_{i=1}^{n} y_i F_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i)}{\sum_{i=1}^{n} T_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i) - \sum_{i=1}^{n} I_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i) + \sum_{i=1}^{n} F_{\bar{A}\hat{\circ}\bar{R}}(y_i)}$$

ile durulaştır ve karar ver.

Örnek 3.1.5. Örnek 3.1.1.'de, $X = \{10, 20, 30\}$ ve $Y = \{5, 10, 15\}$ olsun.

Algoritma 20'yi kullanarak,

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 10'u kullanarak elde edilen $\bar{R}$ çıkarım bağıntısı,

$$\bar{R} = \begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <0.1, 0.5, 1.0> & <0.2, 0.5, 1.0> \\ <1.0, 0.4, 0.4> & <0.2, 0.5, 0.6> & <0.6, 0.3, 0.5> \\ <0.8, 0.4, 0.5> & <0.2, 1.0, 0.6> & <0.1, 0.5, 0.9> \end{pmatrix}$$

şeklindedir.

Adım 2:

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <1.0, 0.3, 0.2> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix}$$

için,

$$\bar{B} = \bar{A}_1 \hat{\circ} \bar{R} = \begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <1.0, 0.3, 0.2> & <0, 1.0, 1.0> \end{pmatrix} \hat{\circ}$$
$$\begin{pmatrix} <0.2, 0.5, 1.0> & <0.1, 0.5, 1.0> & <0.2, 0.5, 1.0> \\ <1.0, 0.4, 0.4> & <0.2, 0.5, 0.6> & <0.6, 0.3, 0.5> \\ <0.8, 0.4, 0.5> & <0.2, 1.0, 0.6> & <0.1, 0.5, 0.9> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B} = \begin{pmatrix} <1.0, 0.4, 0.4> & <0.2, 0.5, 0.6> & <0.6, 0.3, 0.5> \end{pmatrix}$$

şeklinde çıkarım elde edildi.

Adım 3: $\bar{B}$ çıkarım bağıntısı

$$\frac{(5 \cdot 1,0 + 10 \cdot 0,2 + 15 \cdot 0,6) - (5 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,5 + 15 \cdot 0,3) + (5 \cdot 0,4 + 10 \cdot 0,6 + 15 \cdot 0,5)}{(1,0 + 0,2 + 0,6) - (0,4 + 0,5 + 0,3) + (0,4 + 0,6 + 0,5)}$$

$$= \frac{20}{2,1} = 9,5238095$$

şeklinde durulaştırıldı ve sonuç elde edildi.

Algoritma 21

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 11 veya Algoritma 14'ü kullanarak $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et;

Adım 2: Verilen bir durumunu $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik matrisleri olarak alıp $\bar{C} = \bar{A}\hat{\circ}(\bar{B}\hat{\circ}\bar{R})$ şeklinde çıkarım elde et;

Adım 3: Hanafy ve ark., (2013) ve Deli ve Öztürk (2020)'ın nötrosofik kümelerin merkezi tanımlarına göre

$$\frac{\sum_{i=1}^{r} z_i T_{\bar{C}}(z_i) - \sum_{i=1}^{r} z_i I_{\bar{C}}(z_i) + \sum_{i=1}^{r} z_i F_{\bar{C}}(z_i)}{\sum_{i=1}^{r} T_{\bar{C}}(z_i) - I_{\bar{C}}(z_i) + \sum_{i=1}^{r} F_{\bar{C}}(z_i)}$$

ile durulaştır ve karar ver.

Örnek 3.1.6. Örnek 3.1.2.'de , $X = \{10, 20, 30\}$, $Y = \{5, 10, 15\}$ ve $Z = \{1, 2, 3\}$ olsun. Algoritma 21'i kullanarak,

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 11'i kullanarak $\bar{R}$ çıkarım bağıntısı,

$$\bar{R} = \left(\begin{pmatrix} <0.2,0.2,0.3> & <0.2,0.7,0.4> & <0.2,0.2,0.3> \\ <0.1,0.3,0.9> & <0.1,0.5,0.9> & <0.1,0.2,0.7> \\ <0.2,0.4,0.9> & <0.2,0.5,0.9> & <0.2,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.7,0.3> & <0,0.7,0.4> & <0,0.7,0.1> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.7> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0,0.2,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.5> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.3,0.7> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right)$$

olarak elde edildi.

Adım 2:

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} <0.2, 0.7, 0.1> & <0.1, 0, 0.9> & <0.3, 0.1, 0.9> \end{pmatrix}$$

$$\bar{B}_1 = \begin{pmatrix} <0.4, 0.4, 0.3> & <0.3, 0, 5, 0.4> & <0.2, 0.7, 0.1> \end{pmatrix},$$

için,

$$= \bar{B}_1 \hat{\circ} (\bar{A}_1 \hat{\circ} \bar{R})$$

ile

$$
\bar{C} = \begin{pmatrix} <0.4,0.4,0.3> & <0.3,0,5,0.4> & <0.2,0.7,0.1> \end{pmatrix} \hat{\circ}
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} <0.2,0.7,0.1> & <0.1,0,0.9> & <0.3,0.1,0.9> \end{pmatrix} \hat{\circ} \right.
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} <0.2,0.2,0.3> & <0.2,0.7,0.4> & <0.2,0.2,0.3> \\ <0.1,0.3,0.9> & <0.1,0.5,0.9> & <0.1,0.2,0.7> \\ <0.2,0.4,0.9> & <0.2,0.5,0.9> & <0.2,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right.
$$

$$
\begin{pmatrix} <0,0.7,0.3> & <0,0.7,0.4> & <0,0.7,0.1> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.7> \\ <0,0.5,0.9> & <0,0.5,0.9> & <0,0.7,0.5> \end{pmatrix}
$$

$$
\left. \left. \begin{pmatrix} <0,0.2,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.2,0.5> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.3,0.7> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right) \right)
$$

$$
= \begin{pmatrix} <0.2,0.4,0.3> & <0.2,0,5,0.4> & <0.2,0.4,0.3> \end{pmatrix} \hat{\circ}
$$

$$
\begin{pmatrix} <0.2,0.3,0.3> & <0.2,0,5,0.4> & <0.2,0.2,0.3> \\ <0.1,0.5,0.3> & <0,0.5,0.4> & <0,0.7,0.1> \\ <0,0.3,1.0> & <0,0.7,1.0> & <0.1,0.3,0.5> \end{pmatrix}
$$

$$
\bar{C} = \begin{pmatrix} <0.2,0.4,0.3> & <0.2,0,5,0.4> & <0.2,0.4,0.3> \end{pmatrix}
$$

şeklinde çıkarım elde edildi.

Adım 3: $\bar{C}$ çıkarım bağıntısı

$$\frac{(1\cdot 0,2+2\cdot 0,2+3\cdot 0,2)-(1\cdot 0,4+2\cdot 0,5+3\cdot 0,4)+(1\cdot 0,3+2\cdot 0,4+3\cdot 0,3)}{(0,2+0,2+0,2)-(0,4+0,5+0,4)+(0,3+0,4+0,3)}$$

$$=\frac{5,8}{0,3}=19,3333$$

şeklinde durulaştırıldı ve sonuç elde edildi.

Algoritma 22

Adım 1: Verilen IF-THEN kuralları ile Algoritma 12 veya Algoritma 21'i kullanarak $\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde et;

Adım 2: Verilen bir durumunu $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, ..., $\bar{A}_n$ nötrosofik matrisleri olarak alıp

$$\bar{C}=(\bar{A}_1\hat{\circ}(\bar{A}_2\hat{\circ}(\ldots(\bar{A}_n\hat{\circ}\bar{R}))))$$

şeklinde çıkarım elde et;

Adım 3: Hanafy ve ark., (2013) ve Deli ve Öztürk (2020)'ın nötrosofik kümelerin merkezi tanımlarına göre

$$\frac{\sum_{i=1}^{r} z_i T_{\bar{C}}(z_i)-\sum_{i=1}^{r} z_i I_{\bar{C}}(z_i)+\sum_{i=1}^{r} z_i F_{\bar{C}}(z_i)}{\sum_{i=1}^{r} T_{\bar{C}}(z_i)-I_{\bar{C}}(z_i)+\sum_{i=1}^{r} F_{\bar{C}}(z_i)}$$

ile durulaştır ve karar ver.

3.2 Nötrosofik Çıkarım Metotlarının Bir Uygulaması

Örnek 3.2.1. Bu örnekte yetişkin Covid-19 hastalarında solunum seviyesinin ayarlanması için nötrosofik kümeler ile çıkarım yapılması amacıyla tıbbi bir uygulama verildi. Burada giriş verileri olarak hastaların ateş dereceleri ve nabız sayıları göz önüne alınacaktır.

Kabul edelim ki $X=\{x|35\leq x\leq 40\}$ kümesi yetişkin bir hastanın ateş derecesini, $Y=\{y|55\leq y\leq 100\}$ kümesi nabız sayısını, ve $Z=\{z|10\leq z\leq 20\}$ solunum hızını

göstermek üzere, X üzerinde, $\bar{A}_1$: ”düşük ateş”$\bar{A}_2$ ”yüksek ateş”, Y üzerinde $\bar{B}_1$ ”nabız yavaş”, $\bar{B}_2$ ” nabız yüksek” ve Z üzerinde, $\bar{C}_1$ ”yavaş solunum al” , $\bar{C}_2$ ”solunumu sabit tut”, $\bar{C}_3$ ”hızlı solunum al” nötrosofik kümelerini göstermek üzere bu kümeler Resim 3.1 ile verilsin.

Şimdi, çıkarım bağıntısı elde etmek için aşağıdaki kuralları ele alalım.

Kural 1: IF ”düşük ateş” AND ”nabız yavaş” THEN ”solunumu sabit tut”.

Kural 2: IF ”düşük ateş” AND ”nabız yüksek” THEN ”yavaş solunum al”.

Kural 3: IF ”yüksek ateş” AND ”nabız yavaş” THEN ”hızlı solunum al”.

Kural 4: IF ”yüksek ateş” AND ”nabız yüksek” THEN ”solunumu sabit tut”.

Kabul edelim ki;
$\bar{A}_1, \bar{A}_2 \subseteq X_1 = \{x_1 = 35, x_2 = 38, x_3 = 40\}$,
$\bar{B}_1, \bar{B}_2 \subseteq Y_1 = \{y_1 = 55, y_2 = 75, y_3 = 95\}$,
$\bar{C}_1, \bar{C}_2, \bar{C}_3 \subseteq Z_1 = \{z_1 = 10, z_2 = 15, z_3 = 20\}$ olacak şekilde $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{B}_1$, $\bar{B}_2$, $\bar{C}_1$, $\bar{C}_2$, $\bar{C}_3$ nötrosofik kümelerini matris olarak

$$\bar{A}_1 = \begin{pmatrix} <1.0, 0.5, 0> & <0.5, 0, 0> & <0, 1, 1> \end{pmatrix}$$
$$\bar{A}_2 = \begin{pmatrix} <0, 0.5, 0> & <0.5, 0, 0> & <1.0, 0.5, 0.5> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B}_1 = \begin{pmatrix} <1.0, 0.5, 0> & <0.5, 0, 0.5> & <1.0, 0.5, 0.5> \end{pmatrix}$$
$$\bar{B}_2 = \begin{pmatrix} <0, 0.5, 1.0> & <0.5, 0, 1.0> & <1.0, 0, 0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{C}_1 = \begin{pmatrix} <0.5, 0, 0> & <1.0, 0.5, 0.5> & <0.5, 0, 1.0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{C}_2 = \begin{pmatrix} <0.5, 1.0, 0.5> & <0, 1, 1> & <0.5, 0, 0> \end{pmatrix}$$
$$\bar{C}_3 = \begin{pmatrix} <0, 1, 1> & <0, 0.5, 1.0> & <0.5, 0.5, 0.5> \end{pmatrix}$$

şeklinde verilsin.

Algoritma 11’i kullanarak;

Adım 1: Belirli sayıda belirli değişkenlerle aşağıdaki gibi kuralları ver. (Burada dört kural verildi, kural sayısı arttırılıp azaltılabilir.)

Kural 1: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$;

Kural 2: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_1$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_2$;

Kural 3: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_1$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_3$;

Kural 4: IF $\bar{\bar{x}} \in \bar{A}_2$ AND $\bar{\bar{y}} \in \bar{B}_2$ THEN $\bar{\bar{z}} \in \bar{C}_1$.

Adım 2: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için sonuç kurallarını hesapla;

Sonuç Kural 1: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\bar{R}_1 = \left(\begin{pmatrix} <0.5,0.5,0> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \\ <0.5,0.5,0> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \\ <0,0.5,0> & <0,0,0.5> & <0,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <1.0,0.5,0.5> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \\ <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> \\ <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0,1.0> & <0,0.5,1.0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0,1.0> & <0,0.5,1.0> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}_1$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 2: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\bar{R}_2 = \left(\begin{pmatrix} <0,1.0,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0,1.0> & <0.5,0,0> \\ <0,1.0,1.0> & <0,0,1.0> & <0,0,0> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0,1.0> & <0,0,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0,1.0> & <0,0,0> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0,1.0> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0,1.0> & <0,0,0> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}_2$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 3: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\bar{R}_3 = \left(\begin{pmatrix} <0,0.5,0> & <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> \\ <0,0.5,0> & <0,0,0.5> & <0,0.5,0.5> \\ <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> \\ <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{pmatrix} <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> & <0,0.5,0.5> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \end{pmatrix}\right)$$

$\bar{R}_3$ bağıntısı elde edildi.

Sonuç Kural 4: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için

$$\bar{R}_4 = \left(\begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0,1.0> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,0.5> \end{pmatrix}\right.$$

$$\begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,0.5> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,0.5> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <1.0,0.5,0.5> \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{pmatrix} <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> & <0,0.5,1.0> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0,1.0> & <0.5,0,1.0> \\ <0,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> & <0.5,0.5,1.0> \end{pmatrix}\right)$$

$\bar{R}_4$ bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $\forall(x_i, y_j, z_k) \in X \times Y \times Z$ için Adım 2'deki her bir sonuç kuralının sonuçları aşağıdaki gibi birleştirildi ve

$$\bar{R} = \left(\begin{pmatrix} <0.5,0.5,0> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,0> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \end{pmatrix} \right.$$

$$\begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <1.0,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <1.0,0,0> \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{pmatrix} <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \end{pmatrix} \right)$$

$\bar{R}$ çıkarım bağıntısını elde edildi.

Şimdi hastanın ateşi 35 derece ve nabız hızı saniyede 55 olsun. Solunumun nasıl olması gerektiğini $\bar{A}$ ve $\bar{B}$ nötrosofik kümeleri ile bileşke kuralı uygulayarak bulalım.

Algoritma 21'i kullanarak,

Adım 1: Kabul edelim ki hastanın ateş derecesi 40 ve nabız sayısı 95 olsun.

Adım 2: X üzerinde $\bar{A}$ nötrosofik matrisi;

$$\bar{A} = (<1.0,0,0.5> \quad <0,1.0,0.5> \quad <0,1.0,1.0>)$$

Y üzerinde $\bar{B}$ nötrosofik matrisi;

$$\bar{B} = (< 1.0, 0.5, 0.5 > \quad < 0, 1.0, 0.5 > \quad < 0, 0, 1.0 >)$$

ise

$$\bar{C}' = \bar{B}' \hat{\circ} (\bar{A}' \hat{\circ} \bar{R})$$

ile

$$
\bar{C}' = \begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.5> & <0,1.0,0.5> & <0,0,1.0> \end{pmatrix} \hat{\circ}
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} <1.0,0,0.5> & <0,1.0,0.5> & <0,1.0,1.0> \end{pmatrix} \hat{\circ} \right.
$$

$$
\left(\begin{pmatrix} <0.5,0.5,0> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,0> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \end{pmatrix} \right.
$$

$$
\begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <1.0,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <1.0,0,0> \end{pmatrix}
$$

$$
\left. \left. \begin{pmatrix} <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0,0.5> & <0.5,0,0> \end{pmatrix} \right) \right)
$$

$$
= \begin{pmatrix} <1.0,0.5,0.5> & <0,1.0,0.5> & <0,0,1.0> \end{pmatrix} \hat{\circ}
$$

$$
\begin{pmatrix} <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \\ <1.0,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <1.0,0.5,0.5> \\ <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \end{pmatrix}
$$

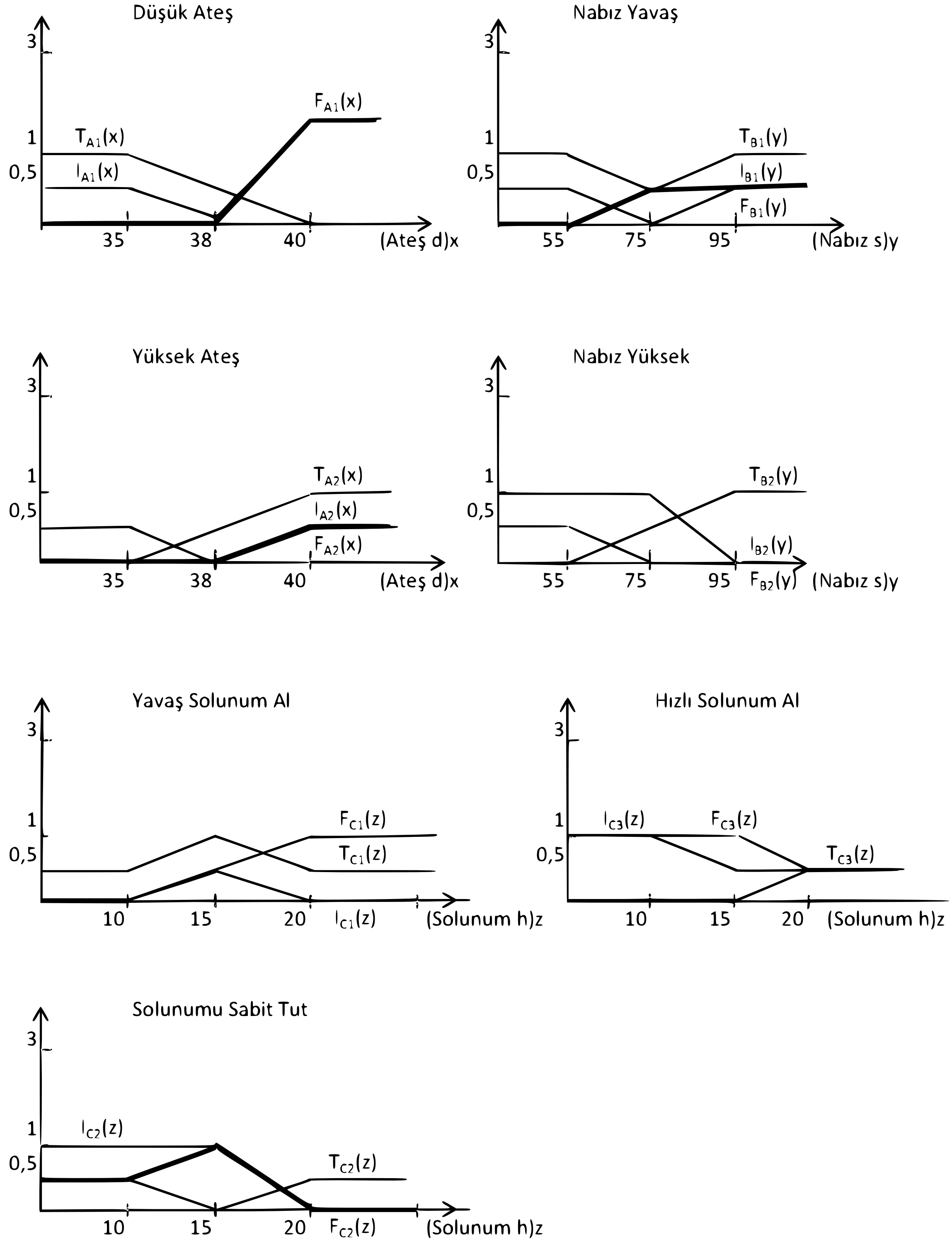
$$
\bar{C}' = \begin{pmatrix} <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> & <0.5,0.5,0.5> \end{pmatrix}
$$

çıkarım bağıntısı elde edildi.

Adım 3: $z = \frac{(10 \cdot 0,5+15 \cdot 0,5+20 \cdot 0,5)-(10 \cdot 0,5+15 \cdot 0,5+20 \cdot 0,5)+(10 \cdot 0,5+15 \cdot 0,5+20 \cdot 0,5)}{(0,5+0,5+0,5)-(0,5+0,5+0,5)+(0,5+0,5+0,5)}$

$$= \frac{22,5}{1,5} = 15$$

ile durulaştırırsak bu sonuç 40 derece ateş ve 95 nabız sayısı için ”solunumu sabit tut” olarak yorumlanabilir.



Şekil 3.1 Dilsel değişkenlerin Nötrosofik sayı karşılıkları

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Günlük hayattaki karşılaştığımız belirsizlik ve kararsızlık içeren olayları modellemek ve çözüm bulmak için kullanılan yöntemlerden biri geçmiş deneyimlere veya verilere dayanarak bir çıkarım bağıntısı elde edip gelecek olaylar için bileşke işlemi yardımıyla bir çıkarım yapmak oldukça kullanışlı bir yöntem olduğu için bu kitap çalışmasında yeni bazı nötrosofik çıkarım metotlarını literatüre kazandırdık. Bunun için ilk olarak, bulanık küme, bulanık bağıntı, bulanık bileşke, bulanık matris, bulanık çıkarım bağıntısı ve Mandani ve Zadeh metotları ile ilgili temel kavramlara ver verildi. İkinci olarak, IF-THEN kuralları sayesinde bulanık kümelerde çıkarım yöntemleri olan Mandani ve Zadeh metotları algoritma yardımıyla verildi. Üçüncü olarak, bulanık çıkarım metotlarını nötrosofik kümelere genelleştirebilmek için nötrosofik küme, nötrosofik bağıntı, nötrosofik bileşke, nötrosofik matris ve nötrosofik çıkarım metotları ile ilgili temel kavramlar özellikleri ile birlikte verildi. Dördüncü olarak, nötrosofik kümeler üzerine Mandani ve Zadeh metotlarını genelleştiren bazı algoritmalar geliştirildi. Beşinci olarak, s-norm ve t-norm işlemcilerine bağlı olarak yeni nötrosofik çıkarım bağıntıları için algoritmalar geliştirildi ve cebirsel toplam ve çarpım için özelleştirildi. Altıncı olarak, nötrosofik çıkarım bağıntıları sayesinde çıkarım elde etmek için bazı algoritmalar sunuldu. Son olarak, nötrosofik çıkarım metotlarının başarılı bir şekilde uygulanabileceğini gösteren güncel hayattan seçtiğimiz örnek ile tıbbi tedavi problemlerine uygulandı.

Nötrosofik kümelerde nötrosofik bağıntılar üzerine geliştirdiğimiz çıkarım mekanizmaları belirsizlik içeren birçok problemi modellemek ve çözümlemek için daha fazla alanda uygulanabilir. Bunun için mevcut çalışmaları ele alarak farklı çözüm yolları ve uygulama alanları araştırılmalıdır. Bu nedenle özellikle tıbbi teşhis, ekonomi, işletme ve iktisat problemleri ve oyun teorisi başta olmak üzere belirsizlik içeren ve yapay zeka olarak bilinen birçok alanda uygulama yapılıp çıkarım mekanizmaları ile belli çözümler elde edilebilir.

KAYNAKLAR

Aggarwal, S., Biswas, R. & Ansari , A.Q. (2010). Neutrosophic Modeling and Control International Conference on Computer and Communication Technology, 718-723. http://dx.doi.org/10.1109/ICCCT.2010.5640435.

Al-Quran, A. & Alkhazaleh, S. (2018). Relations Between the Complex Neutrosophic Sets with Their Applications in Decision Making. *Axioms, 7*(64), 1-15. http://dx.doi.org/10.3390/axioms7030064.

Angelova, N. & Atanassov, K.T. (2021). Research on Intuitionistic Fuzzy Implications. *Notes on Intuinionistic Fuzzy Sets, 27*(2), 20-93. DOI: 10.7546/nifs.2021.27.2.20-93.

Ansari, A.Q., Biswas, R. & Aggarwal, S. (2013). Neutrosophic Classifier: An Extension of Fuzzy Classifer. *Applied Soft Computing, 13*(1), 563-573. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2012.08.002.

Antonysamy, V., Thivagar, M.L., Jafari, S. & Hamad, A.A. (2022). Neutrosophic Sets in Determining Corona Virus. *Materials Today: Proceedings, 49*(7), 2654-2658. https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.08.290.

Arockiarani, I. & Jency, M. (2016). Fuzzy Neutrosophic Relations International Journal of Research - Granthaalayah, *4*(2) , 17-30. https://doi.org/10.29121/granthaalayah.v4.i2.2016.2808.

Arora, M., Biswas, R. & Pandey, U.S. (2011). Neutrosophic Relational Database Decomposition. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications, 2*(8) , 121-125. http://dx.doi.org/10.14569/IJACSA.2011.020822.

Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets and Systems, 20*(1), 87-96. http://dx.doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80034-3.

Atanassov, K. (1999). Intuitionistic Fuzzy Sets. *In: Theory and Applications, Physica-Verlag, Heidelberg*, 1-137. $https://doi.org/10.1007/978-3-7908-1870-3_1$.

Atanassova, L. (2009). A New Intuitionistic Fuzzy Implication. *Cybernetics and Information Techenologies,* *9*(2), 21-25. http://dx.doi.org/10.7546/nifs.2021.27.2.20-93.

Atanassov, K. (2021). Third Zadehs Intuitionistic Fuzzy Implication. *Mathematics, 9*(6), 1-6. https://doi.org/10.3390/math9060619.

Baykal, N. & Beyan, T. (2004). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Ankara, Bıçaklar Kitabevi Yayın No:9, Edition: 1, ISBN: 9789758695089.

Bhoumik, M. & Pal, M. (2010). Intuitionistic Neutrosophic Set Relations and Some of Its Properties. *Journal of Information and Computing Science, 5*(3), 183-192. http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.23136.

Bhaumik, A. & Roy, S. K. (2021). Multi-Objective Linguistic-Neutrosophic Matrix Game and Its Applications to Tourism Management. *Journal of Dynamics and Games, 8*(2) , 101-118. http://dx.doi.org/10.3934/jdg.2020031.

Broumi, S. (2013). Generalized Neutrosophic Soft Set. International Journal of Computer Science, *Engineering and Information Technology, 3*(2), 17-30. http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.49000.

Chai, J.S., Selvachandran, G., Smarandache, F., Gerogiannis, V.C., Son, L.H., Bui, T. & Vo, B. (2021). New similarity measures for single-valued neutrosophic sets with applications in pattern recognition and medical diagnosis problems. *Complex Intelligent Systems, 7*, 703-723. https://doi.org/10.1007/s40747-020-00220-w.

Chaw, Y., Abdullah, L., Othman, M., (2020) Single-valued neutrosophic relations and theirapplication to factors affecting oil price, CAAI Transactions on Intelligence Technology, 5(2), 115-120.

Cornelis, C., Deschrijver, G. & Kerre, E.E. (2004). Implication in Intuitionistic Fuzzy and Interval-Valued Fuzzy Set Theory: Construction, Classification, Application. *International Journal of Approximate Reasoning, 35*(1), 55-95. https://doi.org/10.1016/S0888-613X(03)00072-0.

Deli, I. & Subaş, Y. (2017). A ranking method of single valued neutrosophic numbers and itsapplications to multi-attribute decision making problems. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 8*(4). DOI:10.1007/s13042-016-0505-3.

Deli, İ. (2019). A novel defuzzification method of SV-trapezoidal neutrosophic numbers and multi-attribute decision making: a comparative analysis. *Soft Comput, 23*(23), 12529-12545. https://link.springer.com/article/10.1007/s00500-019-03803-z.

Deli, İ. & Öztürk, E.K. (2020). Neutrosophic Graph Theory and Algorithms, Chapter 10: Two Centroid Point for SVTN-Numbers and SVTrN-Numbers: SVN-MADM Method, *IGI Global (Publisher)*, 279-307.

Deli, İ., Uluçay, V. & Polat, Y. N. (2021). N-valued neutrosophic trapezoidal numbers with similarity measures and application to multi-criteria decision-making problems. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing* (Online Published). https://doi.org/10.1007/s12652-021-03294-7.

Dhar, M., Broumi, S. & Smarandache, F. (2014). A Note on Square Neutrosophic Fuzzy Matrices, *Neutrosophic Sets and Systems*, 3/(6) , 37-41.

Dhivya, J. & Maheswari, K. (2021). Exponential Similarity Measure for Interval Neutrosophic Sets with Applications in Decision Making and Medical Diagnosis. *International Conference on Advancements in Electrical, Electronics, Communication, Computing and Automation (ICAECA)*, 1-4. https://www.proceedings.com/62207.html.

Fodor, J.C. (1995). Contrapositive Symmetry of Fuzzy Implications. *Fuzzy Sets and Systems*, 69(2), 141-156. $https://doi.org/10.1016/0165-0114(94)00210-X$.

Guleria, A. & Bajaj, R.K. (2019). Technique for Reducing Dimensionality of Data in Decision-Making Utilizing Neutrosophic Soft Matrices. *Neutrosophic Sets and Systems, 29*, 129-141. $https://digitalrepository.unm.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1441\&context=nss_journal$.

Habib, S. , Ashraf, A. , Butt M.A. & Ahmad M. (2021). Medical Diagnosis Based on Single-Valued Neutrosophic Information.*Neutrosophic Sets and Systems, 42*, 302-323. $http://fs.unm.edu/NSS2/index.php/111/index$.

Hanafy, I. M., Salama, A. A. & Mahfouz, K. M. (2013). Correlation Coefficients of Neutrosophic Sets by Centroid Method. *International Journal of Probability and Statistics, 2*(1), 9-12. DOI: 10.5923/j.ijps.20130201.02.

Jayaram, B. & Mesiar, R. (2009). On special fuzzy implications. *Fuzzy Sets and Systems, 160*(14), 2063-2085. https://doi.org/10.1016/j.fss.2008.11.004.

Jency, J.M. & Arockiarani, I. (2016). Application Of Fuzzy Neutrosophic Relation In Decision Making. *Global Journal of Advanced Research, 3*(6) ,453-456. $https://www.academia.edu/27156428/$.

Karaaslan, F. & Hayat, K. (2018). Some new operations on single-valued neutrosophic matrices and their applications in multi-criteria group decision making. *Applied Inteligence*, 48, 4594-4614. https://link.springer.com/article/10.1007/s10489-018-1226-y.

Karaaslan, F. & Davvaz, B. (2018). Properties of single-valued neutrosophic graphs. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 34*(1), 57-79. http://dx.doi.org/10.3233/JIFS-17009.

Kandasamy, W. B.V., Smarandache, F. & Ilanthenral, K. (2005). Applications of Bimatrices to Some Fuzyy and Neutrosophic Models. Phoenix, Arizona: Hexis Publishers. Flat No.11, Mayura Park, 16, Kazhikundram Main Road, Tharamani, Chennai -600, 113. https://arxiv.org/ftp/math/papers/0509/0509078.pdf.

Kandasamy, W. B.V. & Smarandache, F. (2006). Fuzzy Interval Matrices, Neutrosophic Interval Matrices and their Applications, Phoenix: Hexis. ISBN: 1-59973-003-0, Standard Address Number: 297-5092 Printed in the United States of America. https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.431.2546&rep=rep1&type=pdf.

Kandasamy, W. B.V. & Smarandache, F. (2006). Some Neutrosophic Algebraic Structures and Neutrosophic N-Algebraic Structures. Phoenix, Arizona: *Hexis Publishers*. DOI:10.6084/M9.FIGSHARE.1015540.

Kaufmann, A. & Gupta, M.M. (1988). Fuzzy mathematical models in engineering and management science, *1*(23), 1-338. North-Holland. DOI:10.1080/00401706.1990.10484661.

Khalifa, H.A. (2019). An Approach for Solving Two-Person Zero-Sum Matrix Games in Neutrosophic Enviroment, *Journal of Industrial and Systems Engineering, 12*(2), 186-198 , spring(april). https://www.sid.ir/en/Journal/ViewPaper.aspx?ID=710459.

Lupiañez, F.G. (2009). Interval Neutrosophic Sets and Topology. *Kybernetes, 38*, 621-624. https://doi.org/10.1108/03684920910944849.

Massanet, S. & Torrens, J. (2011). On a New Class of Fuzzy Implications:H-Implications and Generalizations. *Information Sciences, 181*(11), 2111-2127. https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.01.030.

Mamdani, E.H. (1974). Applications of Fuzzy Algorithms for Control of a Simple Dynamic Plant. *Proceeding of IEEE, 121*(12), 1585-1588. DOI: 10.1049/piee.1974.0328.

Maji, P.K. (2012). A Neutrosophic Soft Set Approach to a Decision Making Problem. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 3*(2), 313-319.

Mizumoto, M. (1988). Fuzzy Controls Under Various Fuzzy Reasoning Methods. *Information Sciences, 45*, 129-151. https://doi.org/10.1016/0020-0255(88)90037-0.

Molodtsov, D. (1999). Soft Set Theory - First Results, Comput. Math , Appl., *37*, 19-31. https://doi.org/10.1016/S0898-1221(99)00056-5.

Murugadas, P., Balasubramaniyan, K. & Vanmathi, N. (2019). Decomposiyion of Neutrosophic Fuzzy Matrices. *Journal of Emerging Technologies and Innovative Research, 6*(3), 201-211. http://www.jetir.org/papers/JETIRAW06026.pdf.

Mustapha, N., Alias, S., Yasin, R.M., Abdullah, I. & Broumi, S. (2022). Cardiovascular Diseases Risk Analysis using Distance-Based Similarity Measure of Neutrosophic Set. *Neutrosophic Sets and Systems, 47*, 26-37. http://fs.unm.edu/NSS2/index.php/111/article/view/1985.

Ngan, R.T., Smarandache, F. & Broumi, S. (2021). H-Max Distance Measure of Bipolar Neutrosophic Sets and an Application to Medical Diagnosis. *Neutrosophic Sets and Systems, 45*, 444-458. http://fs.unm.edu/NSS2/index.php/111/article/view/1803.

Olgun, M., Türkarslan, E., Unver, M. & Ye, J. (2021). 2-Additive Choquet Similarity Measures For Multi-Period Medical Diagnosis in Single-Valued Neutrosophic Set Setting.*Neutrosophic Sets and Systems, 45*, 8-25. http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.34857.

Peng, J.J., Wang, J.Q., Zhang, H.Y. & Chen, X.H. (2014). An Outranking Approach for Multi-Criteria Decision-Making Problemswith Simplified Neutrosophic Sets. *Applied Soft Computing ,25*, 336-346. http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.070.

Porchelvi, R.S. & Jayapriya, V. (2019). On Studying Certain Fuzzy Neutrosophic Mtrices and Operators.*Journal of Physical Sciences, 24*, 63-72. http://inet.vidyasagar.ac.in:8080/jspui/handle/123456789/4658.

Rabounski, D., Smarandache, F. & Borissova, L. (2005). Neutrosophic Methods in General Relativity. *Phoenix, Arizona, Hexis Publishers*. http://dx.doi.org/10.6084/M9.FIGSHARE.1014235.

Reiser, R.H.S., Bedregal, B. & Baczynski, M. (2013). Aggregating Fuzzy Implications.*Information Sciences, 253*, 126-146. https://doi.org/10.1016/j.ins.2013.08.026.

Salama, A.A. (2012). Generalized Neutrosophic Set and Generalized Neutrosophic Topological Spaces. *Computer Science and Engineering, 2*(7), 129-132. http://dx.doi.org/10.5923/j.computer.20120207.01.

Salama, A.A. & Alblowi, S.A. (2012). Neutrosophic Set and Neutrosophic Topological Spaces. *IOSR Journal of Mathematics, 3*(4), 31-35. http://dx.doi.org/10.9790/5728-0343135.

Salama, A.A. (2013). International Journal of Information Science and Intelligent System , *3*(2): 33-46, 36.

Salama, A. A. , Eisa, M. & Abdelmoghny, M.M. (2014). Neutrosophic Relations Database. *International Journal of Information Science and Intelligent System, 3*(2), 33-46. http://dx.doi.org/10.5281/zenodo.23152.

Smarandache, F. (1999). An Unifying Field in Logics. Neutrosophy, Neutrosophic Probability, Set and Logic. *Rehoboth, American Research Press*.

Smarandache, F. (2005). A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. *Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability and Statistics. (4th Edition), American Research Press Rehoboth*. https://arxiv.org/ftp/math/papers/0101/0101228.pdf.

Smarandache, F. (2009). N-norm and N-conorm in Neutrosophic Logic and Set, and the Neutrosophic Topologies , *in Critical Review, Creighton University, USA, (3)*, 73-83. https://doi.org/10.48550/arXiv.0901.1289.

Subaş, Y. (2015). Nötrosofik Sayılar ve Onların Çok Kriterli Karar Verme Problemlerine Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Kilis 7 Aralık Üniveristesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.

Tanaka, K. (1991). An Introduction of Fuzzy Logic for Practical Applications. *Springer-Verlag Publishers New York*.

Türkşen, I.B., Kreinovich, V. & Yager, R.R. (1998). A New Class of Fuzzy Implications. Axioms of Fuzzy Implication Revisited.*Fuzzy Sets and Systems, 100*(1-3), 267-272. https://doi.org/10.1016/S0165-0114(97)00066-3.

Varol, B.P., Çetkin, V. & Aygün, H. (2019). A New View on Neutrosophic Matrix. *Journal of Hyperstructures, Journal of Hyperstructures, 8*(1), 48-57. http://fs.unm.edu/neut/ANewViewonNeutrosophicMatrix.pdf.

Wang, Y.M., Yang, J.B., Xu, D.L. & Chin, K.S. (2005). On the Centroids of Fuzzy Numbers. *Fuzzy Sets and Systems, 157*, 919-926. https://doi.org/10.1016/j.fss.2005.11.006.

Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q. & Sunderraman R. (2010). Single Valued Neutrosophic Sets. *Multispace and Multistructure, 503*(4), 410-413. https://core.ac.uk/download/pdf/270100269.pdf.

Ye, J. (2015). Trapezoidal Neutrosophic Set and Its Application to Multiple Attribute Decision Making. *Neural Computing and Applications, 26*, 1157-1166. http://dx.doi.org/10.1007/s00521-014-1787-6.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control, 8* (3), 338-353. https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

Zhang, M., Zhang, L. & Cheng, H.D. (2010). A Neutrosophic Approach to Image Segmentation Based on Watershed Method. *Signal Processing, 5*(90), 1510-1517. http://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2009.10.021.

Zimmermann, H.J. (1993). Fuzzy set theory and its applications . *Springer Dordrecht, (4)*. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0646-0.

OBTAINING SOME REASONING METHODS BY USING THE NEUTROPHIC RELATIONS: A medical application

In decision-making processes, it is a well-known notion to derive an inference relation from past experiences or data and to use the resulting process to infer future events. Therefore, the purpose of this book research is to offer novel neutrosophic inference methods to the literature. First, the fundamental ideas of fuzzy set and fuzzy relation will be presented. Second, an algorithm will be used to demonstrate Mandani and Zadeh methods, which are inference methods in fuzzy sets based on IF-THEN rules. Thirdly, in order to generalize the fuzzy inference methods to neutrosophic sets, the basic concepts related to the neutrosophic set and neutrosophic relation will be given together with their properties. Fourth, some algorithms that generalize Mandani and Zadeh methods on neutrosophic sets will be developed. Fifth, we will propose and illustrate algorithms for new neutrosophic inference relations based on s-norm and t-norm operators. Sixth, some algorithms will be presented to derive inferences from neutrosophic inference relations. Finally, an alternative approach to medical treatment difficulties will be offered, along with a real-life example demonstrating the viability of neutrophic inference approaches.

ISBN 978-1-59973-781-2

Biblio Publishing
Publishing for the 21st Century

9 781599 737812 >